Федеральное агентство по образоравию Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
„Московский физико-технический институт
(государственный университет)“
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра проблем теоретической физики

Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра

Электрические свойства двуслойных гетеросистем в сильном магнитном поле

Студент 628гр.
Гук Н.Д.
Научный руководитель
проф. Иорданский С.В.

Москва
2010г.

Содержание

1 Введение **2**

2 Элементарные возбуждения в двухслойных системах **3**
2.1 Гамильтониан свободных экситонов 3
2.2 Взаимодействие экситонов 4
2.3 Гамильтониан возбуждений 6

3 Электрические свойства **7**
3.1 Параллельное подключение 8
3.2 Антипараллельное подключение 9

4 Заключение **12**

5 Благодарности **12**

1 Введение

Двухслойные гетероструктуры являются объектом многочисленных экспериментальных и теоретических исследований [1]. Было выяснено, что свойства таких структур могут существенно меняться в зависимости от расстояния между слоями. В частности, при достаточно малых расстояниях между слоями, в сильном магнитном поле наблюдается целочисленный квантовый эффект Холла для полной электронной плотности, соответствующей целому заполнению уровней Ландау, что свидетельствует об интенсивном взаимодействии электронов в разных слоях и имитирует поведение электронов в одном слое.

Недавно было проведено измерение проводимости, как Холловской, так и омической, в специально сконструированных двухслойных гетероструктурах с достаточно большим энергетическим барьером между слоями, так что число переходов электронов из слоя в слой исчезающе мало [2, 3], и поперечными токами можно пренебречь. Определенная экспериментально, Холловская проводимость в сильном магнитном поле при полном заполнении УЛ электронами в обоих слоях оказалась стремящейся к нулю при низких температурах.

Теоретические модели двухслойных гетероструктур были развиты довольно давно [4, 5] и используют предположение об интенсивных переходах электронов из слоя в слой. В модели „изоспинового“ ферромагнетика, где предполагается, что индекс слоя, принимающий два значения, подобен спину. При сильном перекрытии волновых функций электронов в разных слоях возникает обменное взаимодействие, и энергия электронов в основном приближении не зависит от индекса слоя. Только учет слабых анизотропных поправок в кулоновской энергии (отталкивание электронов в одном слое больше, чем отталкивание электронов из разных слоев) в первом порядке теории возмущений делает предпочтительным состояние с изоспином $< S_z >= 0$ с одинаковым средним числом электронов $\nu = \frac{1}{2}\nu_L$ в каждом слое. Таким образом, модель „изоспинового“ ферромагнетика не вполне адекватна экспериментальной ситуации в [2, 3] с пренебрежением малыми флуктуациями количества электронов в каждом слое.

В настоящей заметке будет развита теоретическая модель в отсутствии переходов из слоя в слой, с одинаковым заполнением слоев по $\frac{1}{2}$ состояний УЛ в сильном магнитном поле. Обычно принято считать, что модель изоспинового ферромагнетика полностью эквивалентна модели экситонного диэлектрика. Однако реального сравнения этих моделей не производилось. Основной целью настоящей работы является вычисление проводимости в модели со строгим сохранением числа электронов в каждом слое, соответствующему наполовину заполненному уровню Ландау в каждом из слоев, в пределе сильного магнитного поля и низких температур.

2 Элементарные возбуждения в двухслойных системах

2.1 Гамильтониан свободных экситонов

Исходный гамильтониан имеет стандартный вид

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m}\sum_k \int \Psi_k^+(-\imath\nabla + \frac{e}{c\hbar}\mathbf{A})^2\Psi_k d^2r + \\ &+ \frac{1}{2}\sum_k \int V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_k^+(\mathbf{r})\Psi_k^+(\mathbf{r}')\Psi_k(\mathbf{r}')\Psi_k(\mathbf{r})d^2rd^2r' + \\ &+ \int V_{12}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r})\Psi_2^+(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r}')\Psi_1(\mathbf{r})d^2rd^2r', \end{aligned} \tag{1}$$

индекс k соответствует слоям 1 и 2. Мы опустили член с компенсирующим зарядом.

Мы будем считать, что состояния нулевого УЛ являются достаточным базисом в каждом из слоев, так что член с кинетической энергией дает постоянный вклад, который мы будем опускать в дальнейшем. Кроме того, рассмотрена упрощенная модель, в которой расстояние между слоями d много меньше магнитной длины $l_B^2 = \frac{c\hbar}{eB}$ (B - внешнее магнитное поле), причем толщину самих слоев l будем также считать малой $l_B \gg d \gg l$.

Кулоновская энергия межэлектронного взаимодействия между слоями имеет вид $V_{12}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{e^2}{\sqrt{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2+d^2}}$ и отличается от внутрислойного взаимодействия $V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$, где $d=0$.

Состояние с половинным заполнением удобно представлять, как произошедшее из „вакуумного“ состояния (в качестве которого можно выбрать полностью заполненный слой (1)) с помощью операторов уничтожения Ψ_1 (дырки) в слое (1) и операторов рождения Ψ_2^+ (электроны) в слое (2).

Гамильтониан можно записать в виде

$$H \approx \frac{1}{2}\int V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_1(\mathbf{r})\Psi_1(\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r})d^2rd^2r' +$$
$$+\frac{1}{2}\int V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_2^+(\mathbf{r})\Psi_2^+(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r})d^2rd^2r' -$$
$$-\int V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_1(\mathbf{r})\Psi_2^+(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r})d^2rd^2r' +$$
$$+\int \frac{e^2d^2}{2|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\Psi_1(\mathbf{r})\Psi_2^+(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r})d^2rd^2r'. \qquad (2)$$

Мы произвели разложение по d во взаимодействии между слоями. Легко видеть, что первые три члена дают энергию однослойной системы. Часть электронов переименована индексами слоев. Очевидно, что минимальная энергия достигается, когда электроны займут места дырок, и мы получим энергию заполненного нулевого УЛ. При смещении электронов относительно дырок кулоновская энергия будет возрастать. Такая система была рассмотрена впервые в [6] и имеет свойства, близкие к идеальному газу экситонов. Аналогичной системой является система спиновых экситонов. Энергия такого изолированного экситона вычислена впервые в работе [7] и равна

$$E_{ex}(p) = \frac{e^2}{l_B}\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1 - e^{-\frac{p^2}{4}}I_0(\frac{p^2}{4})), \qquad (3)$$

где I_0 - функция Бесселя от чисто мнимого аргумента. Таким образом, при малых импульсах

$$E_{ex}(p) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{e^2}{l_B}\frac{p^2}{4}, \qquad (4)$$

где p является импульсом экситонов в единицах $\frac{\hbar}{l_B}$.

В работе [8] показано, что расстояние между электроном и дыркой, образующие экситон, пропорционально импульсу экситона. Следовательно, энергия разорванных экситонов (активированные заряженные возбуждения) соответствует $p \to \infty$

$$E_{ac} = \frac{e^2}{l_B}\sqrt{\frac{\pi}{2}}. \qquad (5)$$

2.2 Взаимодействие экситонов

Последний член в (2) дает взаимодействие экситонов и имеет сингулярность при $\mathbf{r} \to \mathbf{r}'$. Эта сингулярность малосущественна, так как взаимодействие носит отталкивательный характер, и волновая функция будет экпоненциально зануляться. Кроме того, использование базиса только волновых функций нулевого УЛ делает невозможным корректное рассмотрение расстояний меньших l_B. Не вдаваясь в подробности, можно аппроксимировать член взаимодействия в гамильтониане (2) приближением амплитуды рассеяния, используемой при описании слабонеидеального бозе-газа [9], полагая

$$H_{int} = \int \frac{e^2}{l_B^3} d^2\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\Psi_2^+(\mathbf{r})\Psi_1(\mathbf{r}')\Psi_1^+(\mathbf{r}')\Psi_2(\mathbf{r})d^2rd^2r', \tag{6}$$

где предполагается, что расстояния измеряются в единицах магнитной длины.

Чтобы получить эффективный гамильтониан с парным взаимодействием, рассмотрим задачу о двух экситонах. Операторы рождения - уничтожения экситона известны [6, 8]

$$S^+(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_p e^{\imath q_x p}\, t^+_{p-\frac{q_y}{2}} b_{p+\frac{q_y}{2}}, \tag{7}$$

где $N_0 = \frac{A}{2\pi l_B^2}$ (A - площадь образца), b^+, b - операторы вторичного квантования в слое 1, t^+, t - в слое 2, используется базис нулевого УЛ, например $\Psi_1(r) = \sum\limits_p t_p e^{\imath py}\Phi_0(x+p)$, где Φ_0 - нормированные гауссовы экспоненты нулевого УЛ.

Гамильтониан (2) имеет вид

$$H = H_0 + H_{int},$$

где H_0 соответствует „однослойному“ приближению. Для получения гамильтониана H_{int} необходимо подставить разложение операторов вторичного квантования по функциям нулевого УЛ и выполнить интегрирование по r, r', что дает

$$H_{int} = -\sum_{q,p_1,p_2} V_{int}(\mathbf{q}) e^{-\frac{q^2}{2}} \frac{(\Delta q)^2}{(2\pi)^2} t^+_{p_1+\frac{q_y}{2}} b_{p_2+\frac{q_y}{2}} t_{p_1-\frac{q_y}{2}} b^+_{p_2-\frac{q_y}{2}}, \tag{8}$$

где $V_{int}(\mathbf{q})$ - Фурье образ потенциала взаимодействия, $\frac{(\Delta q)^2}{(2\pi)^2} = \frac{1}{A}$.

Для определения эффективного парного взаимодействия необходимо найти коммутатор $[H_{int}, S^+(\mathbf{k}_1)S^+(-\mathbf{k}_1)]$, так как $H_{int}|0\rangle = 0$ (энергия отсчитывается от энергии низшего состояния). Гамильтониан сохраняет полный импульс и число экситонов, так как нет переходов из слоя в слой.

При коммутации с H_{int} возникают члены, сохраняющие исходные экситоны, которые дают малосущественную поправку к энергии каждого экситона из-за малости $\frac{d^2}{l_B^2}$. Существенны члены, содержащие коммутации $b^+_{p_2-\frac{q_y}{2}}$ и $t_{p_1-\frac{q_y}{2}}$ с различными экситонными операторами, которые приводят к возникновению новых экситонов с тем же суммарным импульсом. Коммутацию нетрудно выполнить с результатом

$$H_{int}S^+(\mathbf{k}_1)S^+(-\mathbf{k}_1)|0\rangle = \sum_q V_{int}(\mathbf{q})(e^{-\frac{q^2}{2}})\frac{(\Delta q)^2}{(2\pi)^2}S^+(\mathbf{k}_1+\mathbf{q})S^+(-\mathbf{k}_1-\mathbf{q}) \tag{9}$$

Существенно, что взаимодействие экситонов мало по сравнению с флуктуациями энергии экситонов $\sim \frac{e^2}{l_B}$ в гипотетическом кристалле, где положения экситонов определяются соотношениями неопределенности $\Delta p \Delta l \sim 1$. При этом Δp порядка обратного межэкситонного расстояния $\Delta l \sim 1$, при заполнении $\frac{1}{2}$. Это приводит к невозможности образования кристалла, так как энергия взаимодействия экситонов меньше флуктуаций кинетической энергии, и в основном состоянии мы должны минимизировать кинетическую энергию, а не взаимодействие, как это имеет место в обычных кристаллах. Экситонные операторы при малых импульсах удовлетворяют бозевским соотношениям коммутации, что означает образование конденсата экситонов на $p = 0$ при температуре равной нулю. Конечная температура размывает конденсат, однако, как показано в работах Березинского [10] и Костерлица-Таулеса [11], отличие от слабонеидеального двумерного бозе-газа невелико при низких температурах, и можно пользоваться соответствующими формулами для возбуждений, заменяя плотность конденсата n_0 на сверхтекучую плотность ρ_s, приблизительно равную плотности экситонов ($\rho_s \approx \frac{1}{2}\frac{1}{2\pi l_B^2}$).

2.3 Гамильтониан возбуждений

Легко видеть, что действие оператора H_{int} в (9) эквивалентно уничтожению экситонов $S(\mathbf{k}_1)S(-\mathbf{k}_1)$ и рождению экситонов $S^+(\mathbf{k}_1+\mathbf{q})S^+(-\mathbf{k}_1-\mathbf{q})$.Удобно перейти к стандартным обозначениям в теории слабонеидеального бозе-газа и записать полный гамильтониан в виде

$$H = \sum_p \frac{p^2}{2m}a_p^+ a_p + \frac{U_0}{2A}\sum_{p_1'+p_2'=p_1+p_2} a^+_{p_1'}a^+_{p_2'}a_{p_1}a_{p_2},$$

где A - площадь образца, в единицах l_B^2,

$$\frac{1}{2m} = \frac{e^2}{l_B}\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{l_B^2}{\hbar^2},$$

$$U_0 = \frac{2e^2}{l_B}\frac{d^2}{l_B^2},$$

a_p^+, a_p операторы рождения и уничтожения экситонов с импульсом $\mathbf{p}$. Выделяя конденсат и связывая его с полным числом экситонов, этот гамильтониан может быть преобразован к стандартному Боголюбовскому виду [9]

$$H^0 = \sum_p \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \frac{U_0 N}{2A} \sum_{p \neq 0} (2a_p^+ a_p + a_p a_{-p} + a_p^+ a_{-p}^+), \tag{10}$$

$\frac{N}{A} = \rho_s = \frac{1}{4\pi}$. Квадратичная форма (10) может быть диагонализована преобразованием Боголюбова.

$$a_p = u_p b_p + v_p b_{-p}^+$$

$$a_p^+ = u_p b_p^+ + v_p b_{-p}$$

$$u_p = \frac{1}{\sqrt{1 - L_p^2}} \quad v_p = \frac{L_p}{\sqrt{1 - L_p^2}} \quad L_p = \frac{\epsilon(p) - p^2}{mu^2} - 1,$$

где $\epsilon(p)$ энергия возбуждений. Нас интересуют низкие температуры, и, оставляя только главные члены, получим

$$\epsilon(p) = up \quad u = \sqrt{\frac{U_0 N}{Am}} \quad u_p^2 + v_p^2 = \frac{mu^2}{\epsilon(p)}. \tag{11}$$

Диагонализованый гамильтониан имеет вид

$$H_0 = \sum_p \epsilon(p) b_p^+ b_p + E_0, \tag{12}$$

где E_0 энергия основного состояния.

3 Электрические свойства

Нас интересует поведение системы при приложении внешнего электрического поля к каждому слою. В работах [2, 3] использовались два способа включения внешнего потенциала.

3.1 Параллельное подключение

Параллельное подключение одинаковых напряжений в слоях 1 и 2. Вообще говоря, в двумерном случае локальное электрическое поле создается локализованными зарядами в каждом из слоев. Кроме того, при вхождении зарядов из контактов с внешним источником возникает переходная зона и только на достаточном удалении от контакта возникает некоторое стационарное состояние, учитывающее взаимодействие между слоями. Реальные измерения проводимости в [2, 3] именно так и производились, причем считалось, что электрические свойства слоев идентичны, следовательно одинаковые токи соответствуют одинаковым электрическим полям.

Электрический ток может быть связан с движением возбуждений, но может, в принципе, переноситься сверхтекучим движением конденсата, градиент фазы которого дает сверхтекучую скорость. Наличие или отсутствие сверхтекучей скорости может быть связано с видом граничных условий в переходной зоне. Мы, однако, будем считать, что сверхтекучей скорости нет. Основная причина этого состоит в метастабильности состояния со сверхтекучей скоростью и существованием конечного времени релаксации [10] таких состояний. Таким образом, мы считаем, что ток может переноситься только возбуждениями.

При одинаковых электрических полях в слоях одночастичные состояния модифицируются электрическим полем, которое мы будем предполагать направленным вдоль оси x. Кроме электрического к системе приложено магнитное поле. Примем калибровку $A = (0, Bx, 0)$, тогда гамильтониан свобдных электронов в одном слое примет вид

$$\begin{aligned} H &= \frac{(\mathbf{p}+\frac{\mathbf{e}}{\mathbf{c}}\mathbf{A})^{\mathbf{2}}}{2m} + eEx = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{(p_y + \frac{e}{c}Bx)^2}{2m} + eEx = \\ &= \frac{\hbar\omega_c}{2}((-\imath\frac{\partial}{\partial x})^2 + (-\imath\frac{\partial}{\partial y} + x)^2 + 2\xi x) = \\ &= \frac{\hbar\omega_c}{2}((-\imath\frac{\partial}{\partial x})^2 + (-\imath\frac{\partial}{\partial y} + x + \xi)^2 + (2\imath\frac{\partial}{\partial y}\xi) - \xi^2), \end{aligned} \tag{13}$$

где $\xi = \frac{eEl_B}{\hbar\omega_c}$. Из чего видно, что собственные функции нулевого УЛ изменяются $e^{\imath py}\Phi_0(x+p) \to e^{\imath py}\Phi_0(x+p+\xi)$, энергия также изменится $E \to E - \frac{\hbar\omega_c}{2}(2p\xi - \xi^2)$. Необходимо найти выражение для энергии экситона с новыми функциями и измененным гамильтонианом путем коммутации экситонного оператора (7) с новым гамильтонианом, включающим электрическое поле. При этом член с кулоновским взаимодействием не меняется (т.к. преобразование сдвига переменных интегрирования $x, x' \to x + \xi, x' + \xi$ дает прежнее значение). Изменение энергии дают только дополнительные члены в гамильтониане. Таким образом, новая энергия экситона будет равна

$$E_{exc} = \frac{p^2}{2m} - \hbar\omega_c \xi p = \frac{(\mathbf{p} - m\hbar\omega_c\xi)^2}{2m} - \frac{m\xi^2}{2}$$

где первый член дается кулоновским взаимодействием. Мы видим, что новая энергия экситона является изотропной функцией сдвинутого импульса $\mathbf{p} - mel_B\mathbf{E}$. Откуда следует, что в тепловом равновесии нет средней векторной величины, и ток равен нулю. Таким образом, при параллельном включении и Холловский, и омический токи будут экспоненциально малы при низких температурах и определяются энергией активации заряженных возбуждений.

3.2 Антипараллельное подключение

Антипараллельное включение в [2, 3] достигается соединением слоев (1,2) специальным устройством (см.рис 1), обеспечивающим протекание тока в обратном направлении в слое(2). Направление электрического поля в слоях будет противоположным. Электрическое поле будет ускорять экситоны, так как силы, действующие на электрон в одном слое и дырку в другом, будут параллельны. Это обстоятельство приводит к появлению электрического тока в каждом слое, так как ускорение экситонов компенсируется их рассеянием на дефектах, приводя к формуле типа Друде.

Мы будем по-прежнему считать сверхтекучую скорость равной нулю и ограничимся рассмотрением кинетики возбуждений в далекой от контактов области, вводя электрическое поле и рассеяние на дефектах. Мы ограничимся случаем увеличения расстояния d между слоями, что эквивалентно дефекту, отталкивающему экситоны. Дополнительные члены в гамильтониане будут иметь вид

$$\begin{aligned} H'_1 &= \sum_{l,\mathbf{p},\mathbf{q}} \int V_d(q) \exp(-\imath \mathbf{q}\mathbf{r}_l) a^+(\mathbf{p}+\mathbf{q}) a(\mathbf{p}) + 2e\mathbf{E} l_B \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} (-\imath \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}'}) \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}') a^+(\mathbf{p}) a(\mathbf{p}') = \\ &= \sum_{l,\mathbf{p},\mathbf{q}} V_d(\mathbf{q}) \exp(-\imath \mathbf{q}\mathbf{r}_l)(u(\mathbf{p}+\mathbf{q})u(\mathbf{p}) + v(\mathbf{p}+\mathbf{q})v(\mathbf{p})) b^+(\mathbf{p}+\mathbf{q}) b(\mathbf{p}) + \\ &+ 2el_B \int \mathbf{E} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} (-\imath \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}'}) \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}')(u(\mathbf{p})u(\mathbf{p}') + v(\mathbf{p})v(\mathbf{p}')) b^+(\mathbf{p}) b(\mathbf{p}'), \quad (14) \end{aligned}$$

где $\mathbf{r}_l$ - положение дефекта, а $V_d(\mathbf{q})$ - Фурье образ его потенциала. Мы оставили только члены, сохраняющие число возбуждений, так как электрическое поле считаем слабым и рождение возбуждений энергетически невозможным, а рассеяние на дефектах упругим. Кроме того, в выражении (14) произведено Боголюбовское преобразование.

Задача о рассеянии возбуждений на отдельном дефекте является фактически одночастичной, а гейзенберовские уравнения движения с учетом основного Боголюбовского гамильтониана эквивалентны уравнению Шредингера в импульсном представлении

$$\imath\hbar\frac{\partial b_p}{\partial t} = [H_0 + H_1', b_p]$$

$$\imath\hbar\frac{\partial b_p}{\partial t} = \epsilon(p)b_p + \int V(q)\frac{d^2q}{(2\pi)^2}b_{p+q}(u_p u_{p+q} + v_p v_{p+q}). \tag{15}$$

Мы будет использовать теорию возмущений в непрерывном спектре [12] полагая, что взаимодействие с дефектом адиабатически включается при $t \to -\infty$, и введем соответствующий множитель $e^{\delta t}$ в определение $V_d(\mathbf{q})$. Будем искать решение в виде $b_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = ((2\pi)^2\delta(\mathbf{p}-\mathbf{k})+\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}))e^{-\imath\epsilon(k)t}$. Подставляя это выражение в уравнение (15), получим в борновском приближении

$$(\epsilon(k) - \epsilon(p) + \imath\delta)\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = V(\mathbf{k}-\mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p),$$

что позволяет найти

$$\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \int \chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})\exp(\imath\mathbf{pr})\frac{d^2p}{(2\pi)^2} = \int \frac{V(\mathbf{k}-\mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p)\exp(\imath\mathbf{pr})}{(\epsilon(k) - \epsilon(p) + \imath\delta)}\frac{d^2p}{(2\pi)^2}. \tag{16}$$

Нас интересует асимптотика этого выражения при $pr \to \infty$. Выполняя интегрирование по направлению вектора $\mathbf{p}$, мы обнаружим две седловые точки $\theta = 0, \pi$, где θ - угол между $\mathbf{p}$ и $\mathbf{r}$. В окрестности этих точек находим направление наибыстрейшего спуска и соответственно деформируем путь интегрирования, что приводит к асимптотическому виду при больших pr

$$\chi_{\mathbf{k}}(r) = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-\imath\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi pr}}e^{\imath pr}\frac{V(\mathbf{k}-\mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p)}{\epsilon(k) - \epsilon(p) + \imath\delta}\frac{pdp}{2\pi} + \\ + \int\limits_0^\infty \frac{e^{\imath\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi pr}}e^{-\imath pr}\frac{V(\mathbf{k}-\mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p)}{\epsilon(k) - \epsilon(p) + \imath\delta}\frac{pdp}{2\pi}. \tag{17}$$

Первый интеграл дает рассеянную волну и амплитуду рассеяния, даваемую вычетом в полюсе $\epsilon(p) = \epsilon(k) + \imath\delta$. Контур интегрирования по p

может быть смещен до мнимой оси, после взятия вычета, и дает малый вклад по сравнению с вычетом. Таким образом, амплитуда рассеяния имеет вид

$$\widetilde{\chi_{\mathbf{k}}}(r) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{\imath kr - \imath\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} \frac{V(\mathbf{k}-\mathbf{p})}{u} \imath(u_k^2 + v_k^2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{\imath kr - \imath\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} V(\mathbf{k}-\mathbf{p}) m\imath$$

При малых импульсах возбуждений можно заменить $V(\mathbf{k}-\mathbf{p})$ на изотропную величину $V(0)$.

$$\widetilde{\chi_{\mathbf{k}}}(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{\imath kr - \imath\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} V(0) \frac{2\sqrt{2}}{e^2\sqrt{\pi} l_B}\imath.$$

Эффективный поперечник дефекта равен

$$l = \frac{4}{\pi^2 k} \left(\frac{V(0)}{e^2 l_B}\right)^2 \tag{18}$$

Число столкновений в единицу времени $\frac{1}{\tau(k)} = ulN_0$, где N_0 - двумерная плотность числа дефектов.

Кинетическое уравнение для возбуждений имеет обычный квазиклассический вид

$$2\frac{el_B}{\hbar}\mathbf{E}(u_k^2 + v_k^2)\frac{\partial n_0}{\partial \mathbf{k}} = -\frac{n'}{\tau(k)}, \tag{19}$$

где использована изотропность рассеяния, и $n' = n - n_0$ возмущение бозевской функции распределения n_0 электрическим полем

$$n'(k) = -2\frac{el_B}{\hbar}\tau(k)(u_k^2 + v_k^2)E_l\frac{\partial n_0}{\partial k_l}. \tag{20}$$

В теории сверхтекучести известно [13], что дополнительный поток массы нормальной компоненты связан с функцией распределения возбуждений $\mathbf{j} = \int \mathbf{p}n' \frac{d^3p}{(2\pi)^3}$, и если его разделить на массу частиц в сверхтекучей жидкости, то это выражение даст поток числа частиц, связанных с нормальной компонентой, независимо от вида спектра возбуждений. Мы примем, что такая же ситуация остается справедливой и для жидкости экситонов, считая, что все определяется постоянной массой m входящей в уравнение (10). Таким образом электрический ток выражается формулой

$$j_k = -\frac{2e^2}{m}E_l \int p_k(u_p^2 + v_p^2)\frac{\partial n_0}{\partial \epsilon}\frac{\partial \epsilon}{\partial p_l}\tau(|p|)\frac{d^2p}{(2\pi\hbar)^2} \tag{21}$$

Подставляя выражения из (11) и из (18) окончательно получим

$$\mathbf{j} = \frac{\sqrt{2\pi^7}}{9}\frac{\hbar c^2}{N_0 n d^2 B^2}T^2\mathbf{E} \tag{22}$$

где температура измеряется в энергетических единицах.

Отсюда видно, что ток в каждом слое направлен по электрическому полю и пропорционален квадрату температуры. Холловский ток будет определяться только свободными зарядами и спадать экспоненциально. Ток обратно пропорционален квадрату магнитного поля. Надо отметить, что такое поведение может иметь место только при температурах, ниже критической температуры фазового перехода Березинского-Костерлица-Таулеса. Более быстрое зануление Холловской компоненты находится в качественном согласии с экспериментальными результатами работы [3]. В тоже время, согласно экспериментальной работе [2], Холловский и омический ток спадают приблизительно одинаково. Различие результатов возможно связано с тем, что в [2] использована электронная система, в то время, как в [3] носителями были дырки, поэтому и энергия активации и температура фазового перехода могут существенно отличаться.

4 Заключение

Рассмотрены электрические свойства двухслойных гетероструктур в сильном магнитном поле при низких температурах. Показано, что при параллельных электрических полях в каждом слое и омическая, и Холловская проводимость стремятся к нулю экспоненциально, что связано с образованием нейтральных пар. При антипараллельном включении Холловская проводимость по-прежнему определяется энергией активации заряженных возбуждений с экспоненциальным падением, однако омическая проводимость падает гораздо медленнее, пропорционально квадрату температуры.

5 Благодарности

Автор выражает благодарность Ю.А.Бычкову за обсуждение ряда вопросов, связанных с настоящей работой.

Список литературы

[1] Perspectives in Quantum Hall effects, ed.Sankar Das Sarma, Aron Pinczuk, Wiley, N.Y. (1997)

[2] M.Kellog, J.P.Eisestein, L.N.Pfeiffer, K.W.West, PRL 93, 036801-1 (2004)

[3] E.Tutuc, M.Shayegan, D.A.Huse, PRL 93, 036802-1 (2004)

[4] M.Rasolt, B.I.Halperin, D.Vanderbildt, PRL 57, 126 (1985)

[5] K.Moon, et al, PR B 51, 5138 (1995)

[6] И.В.Лернер, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ 78, 1167 (1980)

[7] Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский, Г.М.Элиашберг, Письма в ЖЭТФ, т33, 152 (1981)

[8] Ю.А.Бычков, Э.И.Рашба, ЖЭТФ 85, 1826 (1983)

[9] Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Статистическая Физика, ч2, Москва, Физматлит (2002)

[10] В.Л.Березинский, ЖЭТФ 59, 907 (1970), ЖЭТФ 61, 1144 (1971), Низко температурные свойства двумерных систем, Москва, Физматлит (2007)

[11] J.Kosterlitz, D.Thauless, J.Phys.C:Solid State Phys. 6, 1181 (1973)

[12] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая Механика, Москва, Физматлит (2002)

[13] И.М.Халатников, Теория сверхтекучести, Москва, Наука (1971)