

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра

Разрушение сверхпроводимости магнитным полем в игле туннельного микроскопа

Студент 928 гр. Кондрашов Олег Васильевич

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Скворцов М. А.

Черноголовка 2013 г.

Contents

I. Введение	3
II. Экспериментальные данные	4
III. Теоретическое описание грязных сверхпроводников	7
A. Сигма-модель и свободная энергия	7
B. Уравнение Узаделя	8
C. Упрощение для геометрии иглы	8
D. Неустойчивость нормального состояния	10
IV. Определение рода перехода	11
A. Общий случай	11
B. Нульмерный случай	12
C. Случай конуса	13
V. Заключение	14
Список литературы	15

I. ВВЕДЕНИЕ

С момента открытия явления сверхпроводимости проводятся исследования влияния магнитного поля на сверхпроводящее состояние. Магнитное поле воздействует на электроны двумя путями: искривляя их траектории и непосредственно взаимодействуя с их спином. Оба эффекта не способствуют образованию куперовских пар и таким образом подавляют сверхпроводимость. В обычных условиях орбитальное взаимодействие гораздо сильнее спинового (характерные энергии относятся как $E_{\text{orb}}/E_{\text{spin}} \sim k_F l \gg 1$, где k_F — импульс Ферми соответственно, l — длина свободного пробега), поэтому сверхпроводимость разрушается в полях H_{c2} сильно ниже парамагнитного предела H_p . Использование образцов малого размера (меньше длины когерентности) в направлении перпендикулярном полю (например, тонкие пленки под влиянием параллельного им магнитного поля или малые сверхпроводящие гранулы) позволяет существенно уменьшить влияние орбитального взаимодействия [1]. Также известно, что род перехода в сверхпроводящее состояние зависит от соотношения между энергией орбитального и спинового взаимодействий [2, 3]. Целью настоящей работы является исследование влияния магнитного поля на сверхпроводимость в игле туннельного микроскопа в случае грязного сверхпроводника при $T = 0$. Рассматривается игла конусообразной формы в магнитном поле, направленном вдоль оси конуса, см. Рис. 1.

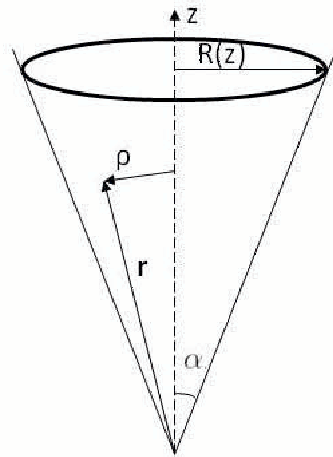


Рис. 1: Схема кончика углы туннельного микроскопа.

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Данный раздел написан на основе неопубликованных данных, предоставленных С. Ast [4] из Max Planck Institute, Stuttgart. В экспериментах измерялась зависимость туннельного тока от напряжения между ванадиевым образцом и ванадиевой иглой при $T = 15\text{мК}$ и разных значениях магнитных полей (рис.2). Ванадий является сверхпроводником с критической температурой $T_c = 5.4\text{К}$. Сверхпроводимость в ванадиевой пленке разрушается при $B \approx 0.5\text{ Тл}$, однако на рис.2 и рис.4 явно видно зеемановское расщепление $E_z = \mu B$ и наличие щели в спектре, откуда можно сделать вывод, что игла остается в сверхпроводящем состоянии вплоть до полей 4.2 Тл. Полезно вспомнить, что обычно спиновые эффекты гораздо слабее орбитальных, и расщепление пика плотности состояний на эксперименте не видно.

Дифференциальный кондактанс непосредственно связан с плотностью состояний,

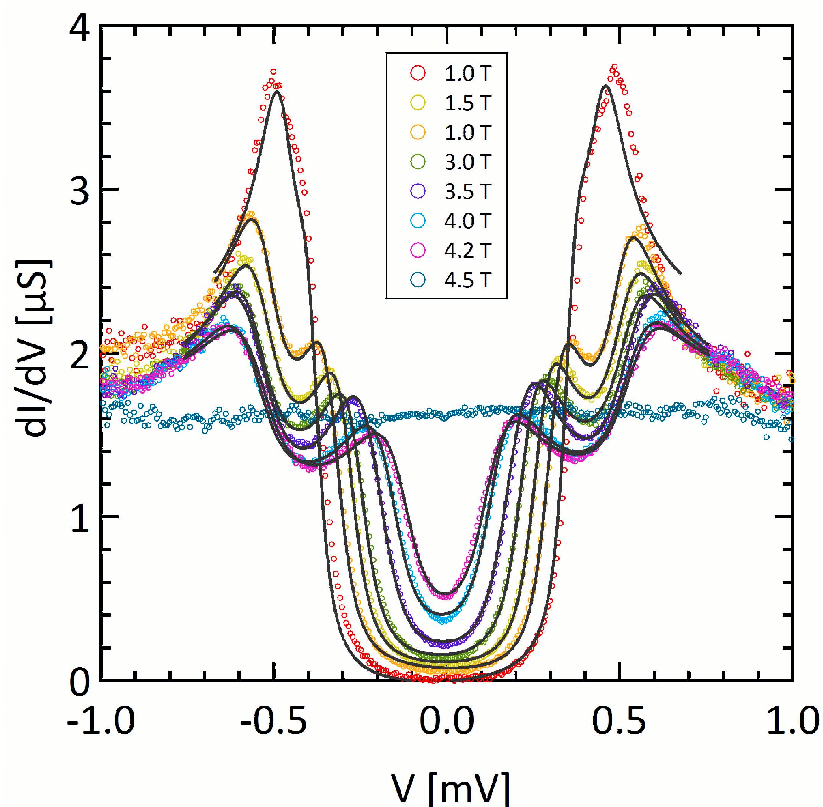


Рис. 2: Зависимость dI/dV от V при разных значениях приложенного магнитного поля.

поскольку связь туннельного тока от напряжения дается [5]:

$$I(V) = 4\pi e |T_0|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \nu_a(\epsilon + eV) \nu_b(n_F(\epsilon) - n_F(\epsilon + eV)) d\epsilon, \quad (1)$$

где T_0 — амплитуда туннелирования, $\nu_{a(b)}$ — туннельная плотность состояний, n_F — распределение Ферми.

При температуре $T \rightarrow 0$, дифференциальный кондактанс с точностью до множителя совпадает с туннельной плотностью состояний в кончике иглы.

За неимением ничего лучшего для описания плотности состояний С. Ast использовал нульмерные формулы Маки [1].

$$\rho_{\pm} = \frac{\rho_0}{2} \text{sign}(E) \text{Re} \frac{u_{\pm}}{\sqrt{u_{\pm}^2 - 1}}, \quad (2)$$

где u_+ , u_- — неявные функции магнитного поля B , энергетической щели Δ , параметра распаривания ζ и спин-орбитального параметра b , которые находятся из уравнений

$$u_{\pm} = \frac{E \mp \mu B}{\Delta} + \frac{\zeta u_{\pm}}{\sqrt{1 - u_{\pm}^2}} + b \frac{u_{\mp} - u_{\pm}}{\sqrt{1 - u_{\mp}^2}}. \quad (3)$$

Для лучшего описания экспериментальных данных была добавлена мнимая часть к энергии ($E \rightarrow E - i\Gamma$). Зависимости параметров ζ , b приведены на рис.3. Как видно из графика, параметр b сильно зависит от магнитного поля и не может быть использован для описания сверхпроводящего состояния.

Основной результат обработки показан на Рис. 4, где представлена зависимость Δ от магнитного поля. Для некоторых образцов Δ испытывает скачок, что указывает на

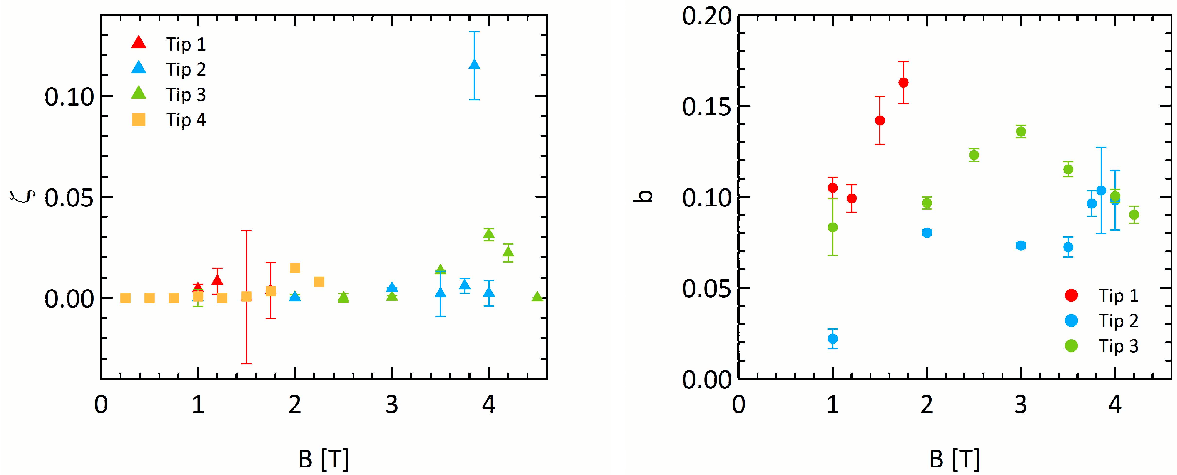


Рис. 3: Зависимость ζ и b от B .

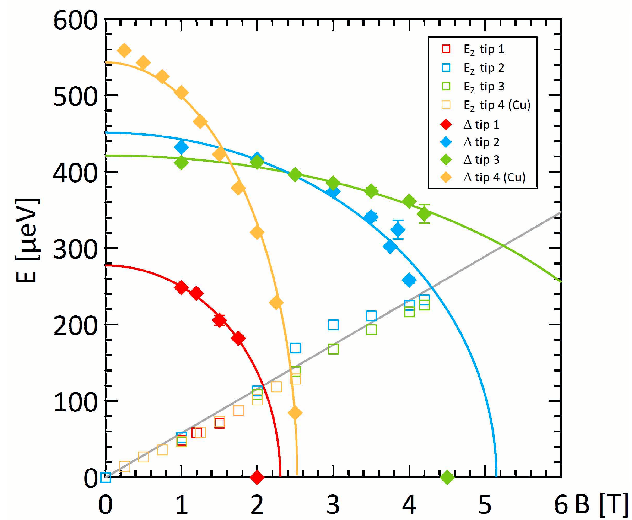


Рис. 4: Зависимость Δ и E_z от поля B .

то, что происходит фазовый переход первого рода. В магнитном поле разные образцы (иглы) ведут себя по-разному. В частности наблюдаются разные критические поля, а также разные зависимости Δ от магнитного поля для разных игл. Это происходит оттого, что иглы имеют разную форму и магнитное поле проникает в них по-разному (соответственно токи экранирования тоже разные), случай качественно аналогичен случаю тонкой пленки в параллельном ее поверхности магнитном поле.

III. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГРЯЗНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

В данном разделе используем для описания грязного сверхпроводника сигма-модель; с ее помощью получим выражение для свободной энергии сверхпроводящей иглы в магнитном поле, параллельном оси иглы, покажем, что при определенных магнитных полях нормальное состояние неустойчиво по отношению к образованию параметра порядка.

A. Сигма-модель и свободная энергия

Будем для описания сверхпроводника использовать репличную диффузную сигма-модель [6] с действием

$$S[Q] = \frac{\pi\nu}{8} \int d\mathbf{r} \text{Tr} \left\{ D(\nabla Q - i\mathbf{a}[\tau_3, Q])^2 - 4(\varepsilon - ih)\tau_3 Q - 4\hat{\Delta}Q \right\} + \frac{\nu}{2\lambda} \int d\mathbf{r} \text{Tr} |\Delta|^2, \quad (4)$$

где $\mathbf{a} = e\mathbf{A}/c$ и $h = \mu B$ - Зеемановская энергия, ν - плотность состояний, $\lambda = \ln \frac{2\omega_D}{\Delta_0}$, где Δ_0 - щель в отсутствие магнитного поля. Tr включает в себя суммирование по репличным индексам и интегрирование по мнимому времени. Q - матрица в пространстве Намбу, мацубаровских энергий и реплик, удовлетворяет уравнению $Q^2 = 1$. В седловой точке имеем:

$$Q_{mn}^{ab} = \delta^{ab} \delta_{mn} \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{i\phi} \sin \theta \\ e^{-i\phi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где θ и ϕ зависят от \mathbf{r} и мацубаровской энергии $\varepsilon \equiv \varepsilon_n = \varepsilon_m$. Матрица в пространстве Намбу $\hat{\Delta}$ в седловой точке не зависит от времени и репличного индекса и дается выражением:

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta e^{i\varphi} \\ \Delta e^{-i\varphi} & 0 \end{pmatrix} = \Delta(\tau_1 \cos \varphi - \tau_2 \sin \varphi). \quad (6)$$

Подставляя (5) в (4) получим действие (в расчете на одну реплику):

$$S_1 \equiv \frac{S}{n} = \frac{\pi\nu}{4} \int d\mathbf{r} \text{Tr} \left\{ D[(\nabla\theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla\phi - 2\mathbf{a})^2] - 4(\varepsilon - ih) \cos \theta - 4\Delta \cos(\phi - \varphi) \sin \theta \right\} + \int d\mathbf{r} \frac{\nu}{2} \frac{\Delta^2}{\lambda T}. \quad (7)$$

На траекториях, минимизирующих действие статсумма представляется следующим выражением:

$$\langle Z^n \rangle = e^{-nS_1}. \quad (8)$$

Тогда, воспользовавшись выражением

$$\langle \ln Z \rangle = \frac{\partial}{\partial n} \langle Z^n \rangle |_{n=0}, \quad (9)$$

получим для свободной энергии сверхпроводящего состояния

$$F_S = TS_1. \quad (10)$$

В. Уравнение Узаделя

Варьируя действие (7) получим два уравнения Узаделя:

$$\frac{D}{2} [-\nabla^2 \theta + \sin \theta \cos \theta (\nabla \phi - 2\mathbf{a})^2] + (\varepsilon - ih) \sin \theta - \Delta \cos(\phi - \varphi) \cos \theta = 0, \quad (11)$$

$$-\frac{D}{2} \nabla(\sin^2 \theta (\nabla \phi - 2\mathbf{a})) + \Delta \sin(\phi - \varphi) \sin \theta = 0. \quad (12)$$

Параметр порядка определяется из уравнения самосогласования:

$$\Delta(\mathbf{r}) e^{i\varphi(\mathbf{r})} = \lambda 2\pi T \sum_{\varepsilon > 0} \text{Re} \sin \theta_\varepsilon(\mathbf{r}) e^{i\phi_\varepsilon(\mathbf{r})}. \quad (13)$$

С. Упрощение для геометрии иглы

Для аксиально-симметричной иглы с осью вдоль оси z будем использовать калибровку Ландау $\mathbf{A} = [\mathbf{H}, \mathbf{r}]/2$. Будем искать решения с $\varphi = \phi = 0$ в виде $\theta(z, \rho)$ — функция z и расстояния до оси $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. В этом случае (12) автоматически удовлетворено.

Таким образом получаем единственное нелинейное уравнение на функцию $\theta_\varepsilon(z, \rho)$:

$$\frac{D}{2} [-\nabla^2 \theta + H^2 \rho^2 \sin \theta \cos \theta] + (\varepsilon - ih) \sin \theta - \Delta \cos \theta = 0. \quad (14)$$

Вместе с уравнением согласования:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \lambda 2\pi T \sum_{\varepsilon > 0} \text{Re} \sin \theta_\varepsilon(\mathbf{r}). \quad (15)$$

Решение уравнений (14) и (15) с граничным условием $\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{n}|_{\text{bound}} = 0$ (\mathbf{n} — вектор нормали к границе) в принципе полностью решает задачу, однако это можно сделать лишь численными методами. Вместо этого применим адиабатическое приближение, рассмотрев свободную энергию и получив непосредственно из нее все необходимые уравнения.

Воспользовавшись выражением (10), получим для разности свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний при $T = 0$ (поскольку $T \ll T_c$, то можно в первом приближении считать, что $T = 0$)

$$F_S - F_N = \frac{\nu}{4} \operatorname{Re} \int_0^{\omega_D} d\epsilon \int d\mathbf{r} \left[D ((\nabla \theta)^2 + H^2 \rho^2 \sin^2 \theta) - 4(\epsilon - ih)(\cos \theta - 1) - 4\Delta \sin \theta \right] + \frac{\nu}{2} \frac{1}{\lambda} \int \Delta^2 d\mathbf{r}, \quad (16)$$

где ω_D — дебаевская частота, а свободная энергия нормального состояния F_N была рассчитана как предел F_S при $\Delta, \theta \rightarrow 0$.

В адиабатическом приближении можно считать, что θ не зависит от ρ . Так как характерный масштаб изменения θ в сверхпроводнике порядка $\frac{1}{\sqrt{H\alpha}}$, а характерный линейный размер сечения иглы на этом расстоянии от кончика $\sqrt{\frac{\alpha}{H}}$ много меньше масштаба изменения $\frac{1}{\sqrt{H\alpha}}$ при $\alpha \ll 1$, то θ можно считать постоянной в сечении иглы при заданном расстоянии от кончика z (эти утверждения для конической иглы будут доказаны далее, см. (43)). Для иглы произвольного профиля все полученные далее результаты верны лишь при условии, что сечение на расстоянии от кончика порядка размера локализации волновой функции сверхпроводника много меньше ξ^2 . Таким образом в этом приближении $\theta = \theta(z)$ и разность свободных энергий представляется в виде:

$$F_S - F_N = \frac{\nu}{4} \operatorname{Re} \int d\epsilon \int dz \left(D \left(\theta'^2 + \frac{1}{2} H^2 R^2 \sin^2 \theta \right) - 4(\epsilon - ih)(\cos \theta - 1) - 4\Delta \sin \theta \right) \pi R^2 + \frac{\nu}{2} \frac{1}{\lambda} \int \Delta^2 \pi R^2 dz, \quad (17)$$

Здесь было использовано, что

$$\int d\mathbf{r} \rho^2 = \int dz \int_0^{R(z)} 2\pi \rho^3 d\rho = \int dz \frac{1}{2} \pi R^4(z). \quad (18)$$

D. Неустойчивость нормального состояния

В данном разделе найдем точку фазового перехода в сверхпроводящее состояние при $T = 0$, считая, что переход происходит вторым родом. Для этого разложим (17) и (15) и найдем точку, в которой свободные энергии сверхпроводника и нормального металла совпадают.

Заметим, что верно следующее:

$$\int dz \left(\theta'^2 + \frac{1}{2} H^2 R^2 \theta^2 \right) \pi R^2(z) = \int dz \theta \left(-\theta'' - \frac{2R'(z)}{R(z)} \theta' + \frac{H^2 R^2(z)}{2} \theta \right) \pi R^2. \quad (19)$$

Разложим θ и Δ по собственным функциям оператора в (19) в скобках.

Разложив (17) и (15), получим, что точка перехода определяется уравнениями

$$\frac{1}{\lambda} \Delta = \text{Re} \int_0^{\omega_D} \theta d\epsilon, \quad (20)$$

$$E_0 \theta + (\epsilon - ih) \theta = \Delta, \quad (21)$$

где Δ , θ содержат в своем разложении по собственным функциям только ψ , а ψ — решение, соответствующее наименьшему собственному значению E_0 (почему наименьшему будет объяснено далее), уравнения

$$\frac{D}{2} \left(-\psi'' - \frac{2R'(z)}{R(z)} \psi' + \frac{H^2 R^2(z)}{2} \psi \right) = E_0 \psi. \quad (22)$$

Тогда получим:

$$\theta = \frac{\Delta}{E_0 + \epsilon - ih}, \quad (23)$$

$$\frac{1}{\lambda} \Delta = \Delta \text{Re} \int_0^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{E_0 + \epsilon - ih} = \Delta \ln \frac{\omega_D}{\sqrt{E_0^2 + h^2}}. \quad (24)$$

Таким образом точка фазового перехода определяется уравнением

$$\ln \frac{\sqrt{E_0^2 + h^2}}{\Delta_0/2} = 0, \quad (25)$$

что может быть представлено в виде

$$E_0^2 + h^2 = \left(\frac{\Delta_0}{2} \right)^2. \quad (26)$$

Из (26) становится ясно, что чем меньше E_0 , тем при более высоких полях происходит фазовый переход. В частности при фазовом переходе сначала в Δ и θ появятся члены разложения с наименьшими собственными значениями, что объясняет выбор ψ как функции с минимальным собственным значением E_0 . Результат (26) совпадает с результатом в нульмерном случае [2], при этом геометрия системы входит только посредством E_0 .

IV. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РОДА ПЕРЕХОДА

В данной главе получим следующий член разложения свободной энергии, определяющий род фазового перехода. Для этого найдем поправку к θ и разложим (17) до членов четвертого порядка; знак этого члена определяет род фазового перехода.

А. Общий случай

Определим при каких условиях происходит фазовый переход первого рода, а при каких второго. Выпишем уравнение, получившееся при варьировании (17) и уравнение согласования

$$\frac{D}{2} \left(-\theta'' - \frac{2R'(z)}{R(z)} \theta' + \frac{1}{4} H^2 R^2(z) \sin 2\theta \right) + (\epsilon - ih) \sin \theta = \Delta \cos \theta, \quad (27)$$

$$\frac{1}{\lambda} \Delta = \text{Re} \int \sin \theta d\epsilon, \quad (28)$$

и будем искать их решения в виде:

$$\Delta(z) = C\psi(z), \quad \theta(z) = \theta_1(z) + \theta_3(z), \quad (29)$$

где $\psi(z)$ — решение, соответствующее наименьшему собственному значению E_0 , уравнения (22). Тогда с учетом нормировки $\langle \psi^2 \rangle = 1$

$$\theta_1 = \frac{C}{E_0 + \epsilon - ih} \psi, \quad \theta_3 = \psi \left(\frac{A}{(E_0 + \epsilon - ih)^3} + \frac{B}{(E_0 + \epsilon - ih)^4} + \frac{(\epsilon - ih) F}{(E_0 + \epsilon - ih)^4} \right), \quad (30)$$

где

$$A = -\frac{\langle \psi^4 \rangle}{2}, \quad B = \frac{DH^2}{6} \langle \psi^4 R^2 \rangle, \quad F = \frac{\langle \psi^4 \rangle}{6}. \quad (31)$$

Здесь и далее

$$\langle \dots \rangle = \int dz \pi R^2(z) \dots \quad (32)$$

Подставив полученное θ в выражение для разности свободных энергий (17) и представив его в виде

$$F_S - F_N = f_2 C^2 + f_4 C^4 + \dots, \quad (33)$$

получим для f_2 :

$$f_2 = \frac{\nu}{4} \frac{E_0}{E_0^2 + h^2} \left(D \langle \psi'^2 \rangle + \frac{DH^2}{2} \langle \psi^2 R^2 \rangle - 2E_0 \langle \psi^2 \rangle \right) + \frac{\nu}{2} \langle \psi^2 \rangle \ln \frac{\sqrt{E_0^2 + h^2}}{\Delta_0/2} = \frac{\nu}{2} \ln \frac{\sqrt{E_0^2 + h^2}}{\Delta_0/2}. \quad (34)$$

Теперь вычислим аналогичным образом f_4 :

$$f_4 = \frac{\nu}{4} \operatorname{Re} \left[\frac{2D\langle\psi'^2\rangle(A+F)}{3(E_0-ih)^3} + \frac{2D\langle\psi'^2\rangle(B-E_0F)}{4(E_0-ih)^4} + DH^2 \left(\frac{A+F}{3(E_0-ih)^3} + \frac{B-E_0F}{4(E_0-ih)^4} \right) - \frac{DH^2}{6} \frac{\langle\psi^4 R^2\rangle}{3(E_0-ih)^3} + 4\langle\psi^2\rangle \left(\frac{A+F}{2(E_0-ih)^2} + \frac{B-E_0F}{3(E_0-ih)^3} \right) - 4\langle\psi^2\rangle \left(\frac{A+F}{3(E_0-ih)^3} + \frac{B-E_0F}{4(E_0-ih)^4} \right) - \frac{\langle\psi^4\rangle}{6} \left(\frac{1}{2(E_0-ih)^2} - \frac{E_0}{3(E_0-ih)^3} \right) - 4\langle\psi^2\rangle \left(\frac{A+F}{2(E_0-ih)^2} + \frac{B-E_0F}{3(E_0-ih)^3} \right) + \frac{2}{3} \frac{\langle\psi^4\rangle}{2(E_0-ih)^2} \right]. \quad (35)$$

Упростим выражение, приведя подобные слагаемые и сгруппировав:

$$f_4 = \frac{\nu}{4(E_0^2+h^2)^4} \left\{ (E_0^3-3h^2E_0)(E_0^2+h^2) \left[(2D\langle\psi'^2\rangle + DH^2\langle\psi^2 R^2\rangle) \frac{A+F}{3} - \frac{DH^2}{18} \langle\psi^4 R^2\rangle - 4\langle\psi^2\rangle E_0 \frac{A+F}{3} + \frac{E_0}{18} \langle\psi^4\rangle \right] + (h^4-6h^2E_0^2+E_0^4) [(2D\langle\psi'^2\rangle + DH^2\langle\psi^2 R^2\rangle) \frac{B-E_0F}{4} - (B-E_0F)\langle\psi^2\rangle E_0] + (E_0^2-h^2)(E_0^2+h^2)^2 \frac{\langle\psi^4\rangle}{4} \right\}, \quad (36)$$

$$f_4 = \frac{\nu}{4(E_0^2+h^2)^4} \left[(E_0^3-3h^2E_0)(E_0^2+h^2) \left[-\frac{2}{9} \langle\psi^4\rangle \langle\psi^2 R^2\rangle DH^2 - \frac{DH^2}{18} \langle\psi^4 R^2\rangle + \frac{4}{9} E_0 \langle\psi^2\rangle \langle\psi^4\rangle + \frac{E_0 \langle\psi^4\rangle}{18} \right] + (E_0^2-h^2)(E_0^2+h^2)^2 \frac{\langle\psi^4\rangle}{4} \right]. \quad (37)$$

Учтя нормировку и снова воспользовавшись определением E_0 , имеем:

$$f_4 = \frac{\nu}{4(E_0^2+h^2)^3} \left[(E_0^3-3h^2E_0) \left\{ \frac{E_0}{18} \langle\psi^4\rangle - \frac{DH^2}{18} \langle\psi^4 R^2\rangle \right\} + (E_0^2-h^2)(E_0^2+h^2) \frac{\langle\psi^4\rangle}{4} \right]. \quad (38)$$

Используя (34) и (38), получим основной результат работы — разложение свободной энергии:

$$F_S - F_N = \frac{\nu}{2} \ln \frac{\sqrt{E_0^2+h^2}}{\Delta_0/2} C^2 + \frac{\nu}{4(E_0^2+h^2)^3} \left((E_0^3-3h^2E_0) \left(\frac{E_0}{18} \langle\psi^4\rangle - \frac{DH^2}{18} \langle\psi^4 R^2\rangle \right) + (E_0^4-h^4) \frac{\langle\psi^4\rangle}{4} \right) C^4. \quad (39)$$

В. Нульмерный случай

Применим полученный результат к нульмерной задаче, где $\psi = \frac{1}{\sqrt{V}}$ не зависит от координат, а $E_0 = \frac{DH^2}{4V} \langle R^2 \rangle \propto H^2$. Свободная энергия представляется в виде:

$$F_S - F_N = \frac{\nu}{2} \ln \frac{\sqrt{E_0^2+h^2}}{\Delta_0/2} C^2 + \frac{\nu E_0^4}{48V(E_0^2+h^2)^3} \left[1 + 6 \left(\frac{h}{E_0} \right)^2 - 3 \left(\frac{h}{E_0} \right)^4 \right] C^4. \quad (40)$$

Переход происходит вторым родом при

$$\frac{h}{E_0} < \sqrt{1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}} = 1.47\dots, \quad (41)$$

что совпадает с результатом Маки для пленок в параллельном магнитном поле [2].

В размерных единицах (H — реальное магнитное поле) условие того, что переход происходит вторым родом, принимает вид:

$$H > \frac{6Vc}{e\langle R^2 \rangle} \frac{1}{k_{Fl}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}}} = 4.09 \frac{Vc}{e\langle R^2 \rangle} \frac{1}{k_{Fl}}. \quad (42)$$

С. Случай конуса

Подставим в (39) решение уравнения (22) для конуса с углом раствора α . В этом случае уравнение (22) осцилляторное и его решение:

$$\psi(z) = \frac{2^{5/8} H^{3/4}}{\pi^{3/4} \alpha^{1/4}} e^{-\frac{H\alpha z^2}{2\sqrt{2}}}, \quad (43)$$

а соответствующая данному решению энергия:

$$E_0 = \frac{3\alpha HD}{2\sqrt{2}}. \quad (44)$$

Заметим, что в случае конуса, в отличие от нульмерного случая $E_0 \propto H$. Таким образом отношение $\frac{h}{E_0}$ не зависит от магнитного поля и равно:

$$\frac{h}{E_0} = \frac{\alpha_c}{\alpha}, \quad (45)$$

где α_c дается выражением:

$$\alpha_c = \frac{\sqrt{2}}{k_{Fl}}, \quad (46)$$

Из (43) следует, что характерный масштаб изменения θ в сверхпроводнике порядка $\frac{1}{\sqrt{H\alpha}}$, а характерный линейный размер сечения иглы на этом расстоянии от кончика $\sqrt{\frac{\alpha}{H}}$ много меньше масштаба изменения, что подтверждает правильность адиабатического приближения.

Воспользовавшись (43) и (39), получим:

$$F_S - F_N = \frac{\nu}{2} \ln \frac{\sqrt{E_0^2 + h^2}}{\Delta_0/2} C^2 + \frac{\nu H^{3/2}}{16 \cdot 2^{1/4} \pi^{3/4} \alpha^{1/2}} (E_0^2 - h^2) C^4. \quad (47)$$

Точка неустойчивости нормального состояния дается выражением (H — реальное магнитное поле):

$$H^* = \frac{H_p}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1 + (\alpha/\alpha_c)^2}}, \quad (48)$$

где $H_p = \frac{\Delta_0}{\sqrt{2}\mu}$ — парамагнитный предел сверхпроводимости — магнитное поле, при котором происходит переход из сверхпроводящего состояния в нормальное за счет эффекта Зеемана.

Таким образом в конической геометрии при $T = 0$ в точке, определяемой (48), переход происходит вторым родом при

$$\alpha > \alpha_c. \quad (49)$$

При $\alpha < \alpha_c$ происходит переход первого рода в полях, меньших H^* .

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе получено разложение свободной энергии сверхпроводника аксиально-симметричной формы по степеням параметра порядка при нулевой температуре, а также определен род перехода конического сверхпроводника в зависимости от угла раствора конуса. Полученный результат в принципе может быть использован для определения рода перехода не только конической иглы, но и любой другой, если выполнены условия применимости адиабатического приближения.

Сравнивая полученный результат с обработкой экспериментальных данных [4], наблюдаем качественное согласие: для игл с меньшими экстраполированными критическими полями наблюдается меньший скачок Δ , что соответствует тому, что чем меньше критическое поле, тем больше угол раствора конуса α , а при больших α переход происходит вторым родом и скачок Δ отсутствует.

Для точного определения величины скачка требуется численное решение уравнений (14) и (15), возможно это позволит определить точную форму иглы туннельного микроскопа.

Я благодарен своему научному руководителю М.А.Скворцову за неоценимую

ПОМОЩЬ В ДАННОЙ РАБОТЕ.

- [1] P. Fulde, *High field superconductivity in thin films*, Adv. Phys. **22**, 667 (1973).
- [2] Kazumi Maki, *Pauli Paramagnetism and Superconducting State II*, Prog. Theor. Phys. **12** (1), (1964).
- [3] G.Sarma, *On the influence of a uniform exchange field acting on the spins of the conduction electrons in a superconductor*, J.Phys. Chem. Solids, Pergamon Press 1963. Vol 24,pp. 1029-1032.
- [4] С. Аст, Частное сообщение
- [5] Л.С.Левитов, А.В.Шитов, *Функции Грина. Задачи с решениями*. М.: Физматлит (2002). (1998)
- [6] D.A. Ivanov, Ya. V. Fominov, M. A. Skvortsov, and P. M. Ostrovsky, *Effective spin-flip scattering in diffusive superconducting proximity systems with magnetic disorder*, Phys. Rev. B **80**, 134501 (2009).