Аннотация

В данной дипломной работе рассматриваются свойства сверхпроводящих гетероструктур типа S-(N/F)-S, S-(F/N/F)-S. Предполагается «грязный» предел, при котором поведение квазичастиц в материале носит диффузный характер, теоретически описываемое уравнением Узаделя. В случае тонких (по сравнению с общей длиной) N и F слоев контакта удалось аналитически свести 2D уравнение Узаделя к 1D, возник эффективный распаривающий член, характерный для систем с магнитными примесями. Полученный результат проверен путем численного решения двумерного уравнения Узаделя, построения зависимости плотности состояний в области N от энергии и эффективного обменного поля. Система S-(F/N/F)-S исследована в случае инжекции тока через ферромагнитные электроды, построена зависимость критического тока от тока инжекции. Произведено фитирование экспериментальных данных [5] полученной аналитической формулой для критического тока.

Содержание

Введение

Гетероструктуры, эксплуатирующие эффект сверхпроводимости, вызывают интерес уже с 1962 года, когда английский физик Б.Д. Джозефсон опубликовал статью, посвященную эффекту протекания сверхтока через несверхпроводящую область [1].

Большой интерес вызвали у научного сообщества системы, содержащие сверхпроводник и ферромагнетик, после экспериментальной реализации π-контакта в джозефсоновском S-F-S переходе [2]. Сверхпроводимость и ферромагнетизм являются в некоторой степени антагонистами. При стандартном s-волновом спаривании сверхпродимость достигается путем спаривания электронов с противоположными проекциями спина в куперовские пары, в свою очередь ферромагнитное упорядочивание стремится к состоянию, когда все спины направлены в одну сторону.

Оказывается, ферромагнетизм не только подавляет возможность электронов спариваться в пары, но и при определенных условиях способен привести к изменению фазы волновой функции куперовской пары на π. Так, в случае S-N-S контакта ток-фазовая зависимость ведет себя как $I(\phi) = I_c \sin(\phi)$, где I_c - критический ток, ϕ - разность сверхпроводящих фаз между S-берегами. В случае же S-F-S контакта, когда сверхпроводящие корреляции осциллируют в F-слое, возможно достичь состояния π-контакта: $I(\phi) = -I_c \sin(\phi)$.

Однако обычно обменное поле в ферромагнетиках достаточно сильное, чтобы сверхпроводящие корреляции полностью затухали на малых расстояниях от SF границы, технологически сложно создавать контакты с нужными параметрами. Одним из выходов является использование NF бислоя, в котором нормальный металл в некотором смысле «разбавляет» ферромагнетик, эффективно система ведет себя как ферромагнетик с ослабленным обменным взаимодействием. В настоящей работе будет проведен количественный анализ подобных гибридных систем.

Реальные образцы металла содержат большое количество примесей (атом другого элемента в кристаллической решетке, другой изотоп того же элемента, дефекты решетки и т.д.). Основым теоретическим инструментом при изучении сверхпроводимости в металлах с большим количеством немагнитных примесей является уравнение Узаделя. Данное уравнение и будет главным инструментом в настоящей работе [3]:

$$D\nabla(\check{G}\nabla\check{G}) = [-i\epsilon\tau_3 + \Delta(\mathbf{r}), \check{G}], \tag{0.1}$$

$$\check{G} = \begin{pmatrix} G^R & G^K \\ 0 & G^A \end{pmatrix}, \tag{0.2}$$

где $G^{R,A,K}$ - функции Грина (запаздывающая, опережающая и Келдыша); D-коэффициент диффузии; Δ - сверхпроводящий параметр порядка; τ_3 - матрица Паули в пространстве Намбу-Горькова; ϵ - энергия квазичастицы. Помимо граничных условий, есть условие нормировки $\check{G}^2 = 1$.

Уравнение Узаделя является в общем случае нелинейным и комплексным, может иметь нефизичные решения (например, с отрицательной плотностью состояний), поэтому разумные упрощения данного уравнения имеют ценность не только для получения аналитических ответов, но и для численного счета. В данной дипломной работе будет произведено упрощение от квазидвумерного случая к эффективной одномерной системе. Помимо этого, возникнет ряд упрощений при поиске зависимости сверхтока от инжектированного тока.

Как и всякое уравнение, уравнение Узаделя должно сопровождаться соответствующими граничными условиями. Помимо сохранения тока, в случае прозрачной границы возникает условие непрерывности функции Грина на границе, в случае туннельной границы функция Грина подчиняется граничному условию Куприянова-Лукичева [6]. Существует к тому же выражение для случая произвольной прозрачности границы [7], в том числе при спин-активной границы [9], однако на практике значительно удобнее использовать предельные случаи.

1 Длинный $S-N/F-S$ контакт. Постановка задачи.

Рассмотрим джозефсоновский контакт, между сверхпроводящими берегами которого находятся слои из нормального металла и ферромагнетика.

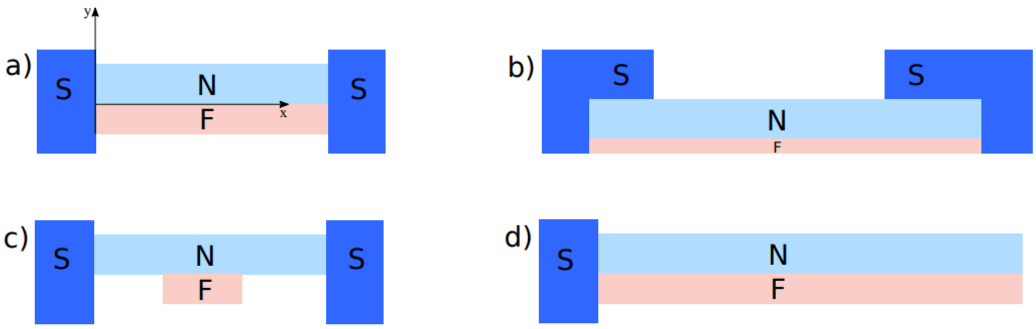

Рис. 1: Различные возможные конфигурации, для которых возможно применять развиваемую теорию. Случаю b) соответствует работа [4]

.

Предполагая диффузный предел, когда длина свободного пробега намного меньше любой другой длины в системе, сверхпроводимость будет описываться уравнением Узаделя. Уравнение имеет вид:

$$\nabla(D\check{G}\nabla\check{G}) = [-i\big(\epsilon + h(\mathbf{r})\sigma_3\big)\tau_3 + \Delta(\mathbf{r}), \check{G}], \tag{1.1}$$

где присутствует обменное поле $h(\mathbf{r})$, направленное вдоль оси z. Таким образом, фактически $\check{G}$ является матрицей 8 на 8 со структурой в спиновом пространстве, в пространстве Намбу-Горькова и пространстве Келдыша. Пользуясь условием нормировки $\check{G}^2 = 1$, можно ввести параметризацию функции Грина (на данном этапе келдышевская компонента не представляет интереса):

$$G^R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{i\chi} \\ \sin\theta e^{-i\chi} & -\cos\theta \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

$$G^A = -\tau_3 G^{R\dagger}\tau_3 \tag{1.3}$$

Сделаем ряд упрощений. Пренебрегаем обратным эффектом близости в сверхпроводящих берегах, сверхпроводящим параметром порядка в нормальной области $\Delta(\mathbf{r}) = 0$. Пока мы не ищем сверхток, можем положить разность фаз между сверхпроводящими берегами равной нулю. Границы SN, FN и SF предполагаем прозрачными, обменное поле внутри F полагаем постоянным (однодоменный ферромагнетик), внутрь N обменное поле не проникает. Тогда получаем систему уравнений в N и F вида:

$$\frac{D_N}{2}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\theta(x,y)_\sigma + i\epsilon \sin\theta_\sigma = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{D_F}{2}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\theta(x,y)_\sigma + i(\epsilon + \sigma h)\sin\theta_\sigma = 0, \quad (1.5)$$

где $\sigma = \pm 1$, соответсвуя разным проекциям спина на ось z. Далее без ограничения общности будем считать $\sigma = 1$ и опускать индекс. На внешних границах N и F слоев $\partial_y\theta = 0$, на NF границе:

$$\nu_N D_N \partial_y \theta(d_N - 0) = \nu_F D_F \partial_y \theta(d_N + 0) \quad (1.6)$$

$$\theta(d_N - 0) = \theta(d_N + 0), \quad (1.7)$$

аналогично на SN и SF границах.

Рассмотрим предел длинного контакта, $d_N, d_F \ll L$, к тому же $d_N^2 \ll \frac{D_N}{\epsilon}$ и $d_F \ll \frac{D_F}{\epsilon+h}$, то есть толщины N и F слоев много меньше любых масштабов длины в задаче, кроме длины свободного пробега. Таким образом, $\theta(x,y)$ вдоль направления x меняется значительно медленнее, нежели вдоль направления y.

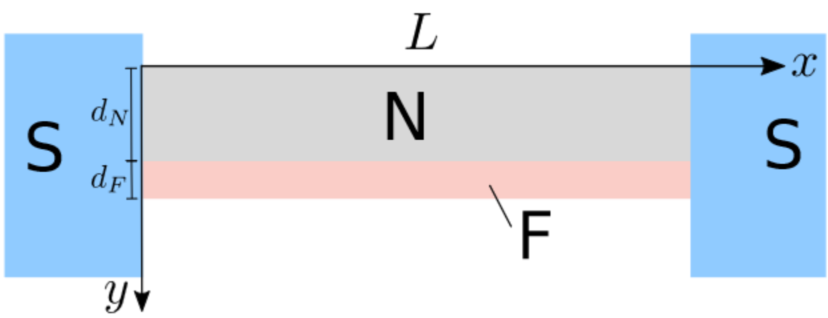

Рис. 2: Рассматриваемая система, $d_N, d_F \ll L$, все границы прозрачные.

2 Эффективные уравнение Узаделя и граничное условие

Обратим сначала внимание на граничное условие на NF границе. Для простоты рассмотрим случай $|E| \ll |h|$, тогда в F слое $\theta(x,y)$ можно аппроксимировать ($d_N < y < d_N + d_F$):

$$\theta(x,y) \approx \vartheta_F(x) + \eta_F(x)\frac{(d_N + d_F - y)^2}{d_F^2} \tag{2.1}$$

Заметим, что данный анзац удовлетворяет условию $\partial_y\theta = 0$ при $y = d_N + d_F$ (на границе с вакуумом отсутствует ток). Подставляя в (1.5), получаем в главном порядке:

$$\frac{D_F\eta_F}{d_F^2} + ih\sin\vartheta = 0, \tag{2.2}$$

где мы пренебрегли $\partial_y^2\vartheta \ll h/D_F$ и предполагали $\eta(x) \ll \vartheta(x)$. Подставим полученное в (1.6):

$$\partial_y\theta \approx -2\frac{\eta(x)}{d_N} = 2ihd_F\frac{\sin\vartheta_F}{D_F} \tag{2.3}$$

$$\theta(x, y = d_N - 0) = \theta(x, y = d_N + 0) \approx \vartheta_F(x) \Rightarrow \tag{2.4}$$

$$\partial_y\theta(x, y = d_N - 0) = 2iq\sin\theta(x, d_N), \quad q = \frac{hd_F\nu_F}{\nu_N D_N} \tag{2.5}$$

Таким образом, получено эффективное граничное условие на угол θ в области N. Далее мы можем рассматривать уравнение (1.4) с граничным условием (2.5) на NF границе и $\partial_y\theta(x, y = +0) = 0$ на границе с вакуумом. SN границы пока не представляют интреса. Искать решение в N области будем в виде:

$$\theta(x,y) = \vartheta(x) + \sum_{n=2}^{\infty}\eta_n(x)\frac{y^n}{d_N^n} \tag{2.6}$$

Данный анзац автомтически удовлетворяет граничному условию на границе с вакуумом, подставляя его в (1.4), получаем ($\vartheta(x)' \equiv \partial_x \vartheta$):

$$\vartheta''(x) + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\eta_n''(x)\frac{y^n}{d_N^n} + n(n-1)\frac{y^{n-2}}{d_N^n}\right] + \frac{2i\epsilon}{D_N}\sin\left(\vartheta(x) + \sum_{n=2}^{\infty}\eta(x)_n\frac{y^n}{d_N^n}\right) = 0 \tag{2.7}$$

Данное двумерное уравнение можно представить в виде бесконечного ряда уравнений на переменную $\vartheta(x)$, раскладывая выражение в ряд по степеням y. Так, для нулевой, первой и второй степеней y имеем:

$$\vartheta''(x) + \frac{2\eta_2(x)}{d_N^2} + \frac{2i\epsilon}{D_N}\sin\vartheta(x) = 0, \tag{2.8}$$

$$\eta_3 = 0, \tag{2.9}$$

$$\eta_2''(x) + \frac{12\eta_4(x)}{d_N^2} + \frac{2i\epsilon}{D_N}\eta_2(x)\cos\vartheta(x) = 0 \tag{2.10}$$

Несложно убедиться, что и далее $\eta_{2k+1} = 0, \eta_{2k+2} \sim \eta_{2k} d_N^2 \epsilon / D_N$, то есть ряд η_{2k} имеет экспоненциально падающую зависимость. Используя граничное условие (2.5), получаем граничное условие в новых переменных во втором порядке по точности:

$$2\eta_2(x) + 4\eta_4(x) = 2iqd_N(\sin\vartheta(x) + \eta_2\cos\vartheta(x)) \tag{2.11}$$

Будем решать уравнения (2.8) - (2.10) с граничным условием (2.11) итеративно. В главном порядке (обозначим $\bar{\eta}_2$) граничное условие принимает вид:

$$\bar{\eta}_2(x) = iqd_N\sin\vartheta(x) \tag{2.12}$$

Подставляя в (2.8):

$$\vartheta''(x) + \frac{2i(\epsilon + h_{\text{eff}})}{D_N}\sin\vartheta(x) = 0, \tag{2.13}$$

$$h_{\text{eff}} = \frac{qD_N}{d_N} = h\frac{\nu_F d_F}{\nu_N d_N} \tag{2.14}$$

Получено одномерное уравнение Узаделя с эффективным обменным полем. Однако данный результат уже известен [4], рассмотрим эффект от следующего порядка. Для этого нам потребуется найти следующий порядок в $\eta_2(x)$, пусть $\delta\eta_2 = \eta_2 - \bar{\eta}_2$, тогда имеем из (2.11) в ведущем порядке:

$$\delta\eta_2(x) = -2\eta_4(x) + iqd_N\bar{\eta}_2(x)\cos\vartheta(x), \tag{2.15}$$

где η_4 выразим из (2.10):

$$\eta_4(x) = -\frac{d_N^2}{12}\Big(\partial_x^2 + \frac{2i\epsilon}{D_N}\cos\vartheta(x)\Big)\bar{\eta}_2(x) = \tag{2.16}$$

$$= -\frac{iqd_N^3}{12}\Big(\vartheta''(x)\cos\vartheta(x) - (\vartheta'(x))^2\sin\vartheta(x) + \frac{i\epsilon}{D_N}\sin 2\vartheta(x)\Big) \tag{2.17}$$

Воспользуемся интегралом движения уравнения (2.13):

$$(\vartheta'(x))^2 - \frac{4i(\epsilon + h_{\text{eff}})}{D_N}\cos\vartheta(x) = \text{const} = c \Rightarrow \tag{2.18}$$

$$\eta_4(x) = -\frac{iqd_N^3}{12}\Big(- \frac{i(2\epsilon + 3h_{\text{eff}})}{D_N}\sin 2\vartheta(x) - c\sin\vartheta(x)\Big) \tag{2.19}$$

Член $c\sin\vartheta$ создает малую добавку к обменному полю согласно уравнению (2.13), поэтому пренебрежем им. Тогда получаем для $\delta\eta_2$:

$$\delta\eta_2(x) = \frac{qd_N^3(2\epsilon + 3h_{\text{eff}})}{6D_N}\sin 2\vartheta(x) - \frac{q^2 d_N^2}{2}\sin 2\vartheta(x) = \frac{d_N^4\epsilon h_{\text{eff}}}{3D_N^2}\sin 2\vartheta(x) \tag{2.20}$$

Подставим $\eta_2 = \bar{\eta}_2 + \delta\eta_2$ в (2.13):

$$\frac{D_N}{2}\vartheta''(x) + i(\epsilon + h_{\text{eff}})\sin\vartheta(x) - \Gamma\sin 2\vartheta(x) = 0, \tag{2.21}$$

$$\Gamma = -\frac{d_N^2\epsilon h_{\text{eff}}}{3D_N} \tag{2.22}$$

Получаем эффективное одномерное уравнение Узаделя с обменным полем h_{eff} и распаривающим членом $-\Gamma\sin 2\vartheta(x)$. В случае прозрачных границ и предела сильного сверхпроводника ($|\epsilon| \ll |\Delta|$) граничные условия принимают вид $\vartheta(0) = \vartheta(L) = \pi/2$.

Необходимо отметить, что мы по сути нашли уравнение на $\vartheta(x) = \theta(x, 0)$. Можно построить аналогичное уравнение на $\theta(x, y_0)$ и получить уже новые h_{eff} и Γ. Помимо прочего, Γ имеет смысл распаривающего фактора только в случае $\Gamma > 0$, однако согласно (2.22) Γ может принимать как положительные, так и отрицательные значения, то есть в общем случае данный фактор не имеет прямого физического смысла. Но, как мы увидим далее, параметр Γ приобретает физический смысл в пределе $\epsilon + h_{\text{eff}} \ll |h_{\text{eff}}|$, так как в этом пределе влияет на минищель в $S - N/F - S$ контакте. В данном пределе

$$\Gamma = \frac{d_N^2 h_{\text{eff}}^2}{3D_N} > 0 \tag{2.23}$$

К тому же в этом пределе полученное эффективное уравнение Узаделя уже не зависит от выбора y_0, то есть эффективные уравнения на $\vartheta(x)$ будут одинаковыми для $\theta(x, y_0)$ при любых $0 < y < d_N$.

Также мы использовали соотношение $\nu_F D_F \ll \nu_N D_N$ когда получали граничное условие (2.5). Несложно видеть, что рассматривая более высокие порядки в соотношении (2.1), можно ими пренебречь в случае $\nu_F D_F \eta_{4F}/d_F \ll \nu_N D_N \eta_{4N}/d_N$, где при η были добавлены индексы, соответсвующие F и N областям. Отсюда и следует условие $\nu_F d_F \ll \nu_N d_N$.

Интересно сравнить плотность состояний, полученную путем численного счета в 2D и с помощью нового эффективного 1D уравнения Узаделя. Плотность состояний определяется [8]:

$$\rho(\epsilon, x) = \rho_0 \Re \cos(\theta_\epsilon(x)), \tag{2.24}$$

где ρ_0 - плотность состояний в металла в нормальном состоянии, $\theta_\epsilon(x)$ - решение уравнения Узаделя на энергии ϵ. Интегрируя выражение по всей N области, можем получить интегральную характеристику контакта и сравнить с аналогичной характеристикой для одномерной системы с соответствующим эффективным обменным полем и распраривающим фактором. Результат представлен на графиках рис. 3. Случай 2D рассмотрен в пределе тонкого ферромагнетика, тогда можно вместо решения уравнения Узаделя в N и F областях решать только в N области (1.4) и использовать граничное условие (2.5).

Таким образом, в случае длинного контакта получаем хорошее согласо-

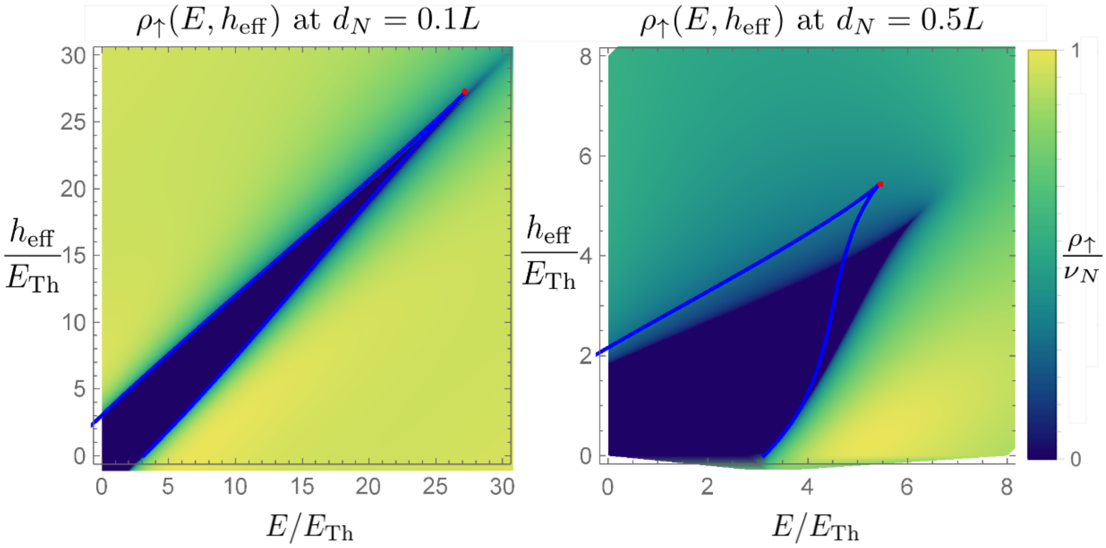

Рис. 3: Зависимость плотности состояний $\rho_\uparrow$ для состояний с выделенной проекцией спина от энергии и эффективного обменного поля. Левый график соответствует $L/d_N = 10$, правый график $L/d_N = 2$. Сплошная синяя линия описывает зависимость плотности состояний в эффективной одномерной теории (2.21). Темно-синие области соответствуют областям, где плотность состояний зануляется, тем самым определяя минищель в плотности состояний.

вание теории с численными вычислениями, однако и при $L = 2d_N$ полученная эффективная 1D теория качественно неплохо описывает происходящее.

Напоследок отметим, что полученная теория может быть использована не только в случае $S-N/F-S$ системы с тонким F слоем, но и $S-N/FI-S$ систем с ферромагнитным изолятором. Можно показать, что граничное условие (2.5) будет совпадать с граничным условием на спин-активной NFI границе [9]. Кроме того, данное граничное условие можно трактовать как граничное условие Куприянова-Лукичева [6] на туннельной границе между N и неким материалом, в котором $\theta \equiv 0$. Однако туннельная граница описывается вещественным множителем при синусе, поэтому в итоге эффективное обменное поле станет мнимой величиной.

3 $S-F/N/F-S$ контакт со спиновой инжекцией

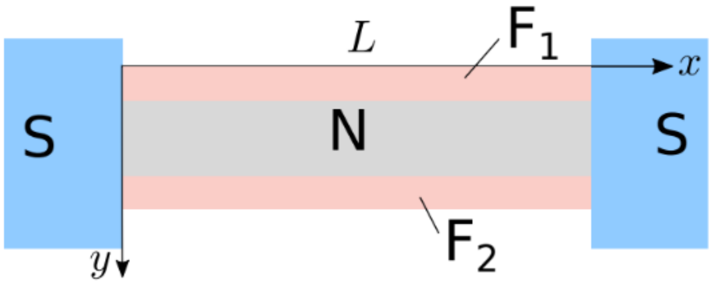

Рис. 4: S-F/N/F-S контакт, спиновая инжекция осуществляется через F электроды

Учитывать неравновесные эффекты при помощи уравнения Узаделя можно при помощи введения келдышевской компоненты функции Грина [8]. Нетрудно видеть, что тогда диагональные компоненты будут отвечать уравнениям на $G^{R,A}$, а оффдиагональная компонента даст кинетическое уравнение на функцию распределения, в котором будет содержаться уже полученное решение уравнения Узаделя на $G^{R,A}$ компоненты. Таким образом, сначала необходимо найти решение уравнения Узаделя, лишь потом приступать к полученному кинетическому уравнению. Учет спаривания электронов в N или F области рождает еще больше проблем, так как от $\Delta(\mathbf{r})$ в свою очередь зависит $G^{R,A}$, а сама $\Delta(\mathbf{r})$ связана с функцией распределения путем уравнения самосогласования.

Будем считать, что в данной системе выполняются все приближения из предыдущей системы, намагниченности у разных F слоев сонаправлены. Тогда с учетом того, что теперь мы вынуждены рассматривать уравнение Узаделя с с двумя углами, получаем:

$$\frac{D}{2}\nabla^2\theta - \frac{D}{4}(\nabla\chi)^2\sin 2\theta + i\epsilon\sin\theta = 0, \tag{3.1}$$

$$\nabla(\sin^2\theta\nabla\chi) = 0, \tag{3.2}$$

где $\operatorname{Im}\sin^2\theta\nabla\chi$ - мнимая часть так называемого спектрального сверхтока, определяющая физическую наблюдаемую - сверхток, создаваемый квазичастицами на энергии ϵ. Уравнения сопровождаются граничными условиями, соответствующими пределу прозрачной SN границы – на границе $\chi(-L/2) =$

$-\chi(L/2) = -\delta\phi/2$, где $\delta\phi$ - разность фаз между сверхпроводящими берегами; $\theta(-L/2) = \theta(L/2) = \theta_S = \arctan\frac{\Delta}{E}$.

Рассмотрим однако кинетическое уравнение в нормальной области, оно имеет довольно громоздкий исходный вид [11], в более симметричном виде [10]. Вдали от NS границ $x \gg \xi_N$ эффект близости экспоненциально подавлен и им можно пренебречь. В этом случае кинетическое уравнение принимает вид:

$$D\Delta f(x, y) = 0 \tag{3.3}$$

NF границу будем предполагать туннельной, тогда имеем граничное условие Куприянова-Лукичева для функции распределения [8]:

$$\partial_y f(y = \mp\frac{d_N}{2}, x) = \pm g_{\mp}(x)(f - f_{\mp}), \tag{3.4}$$

где $g_{\mp}(x)$ - локальный кондактанс поверхности контакта нижней/верхней границы NF; $f_{\mp}$ - функции распределения в соответсвующих ферромагнитных электродах. Продемонстрируем, что эффект близости можно не учитывать в кинетическом уравнении вдали от SN границ.

Для упрощения выкладок будем считать $f_{\mp}$ и $g_{\mp}$ независящими от x. Тогда решение уравнения (3.3) принимает вид:

$$f(x, y) = A + By + h(x, y), \tag{3.5}$$

$$A = \frac{f_- g_- \left(1 + \frac{g_+ d_N}{2}\right) + f_+ g_+ \left(1 + \frac{g_- d_N}{2}\right)}{g_- + g_+ + g_- g_+ w} \tag{3.6}$$

$$B = \frac{g_- g_+ (f_+ - f_-)}{g_- + g_+ + g_- g_+ w}, \tag{3.7}$$

где $h(x, y)$ точно так же удовлетворяет уравнению Лапласа (3.3), с граничными условиями $\partial_y h = \pm g_{\mp} h$ на NF границах. Раскаладывая $h(x, y)$ по плоским волнам вдоль направления x:

$$h(x, y) = \sum_k e^{ky} \Big[a_k \cos(ky) + b_k \sin(ky)\Big] \tag{3.8}$$

Подставляя в граничные условия:

$$\tan \frac{kd_N}{2} = \pm \exp \left[\pm \operatorname{arcsinh} \frac{g_- g_+ - k^2}{k(g_+ + g_-)} \right] \tag{3.9}$$

Можно видеть, есть два режима: при $g_- d_N \ll 1$ и $g_+ d_N \ll 1$ наименьший по модулю корень уравнения (3.9) $k_0 \approx \sqrt{(g_- + g_+)/d_N}$, иначе $k \sim 1/d_N$.

Получается, функция $h(x, y)$ спадает по направлению x на мастштабах порядка $1/k_0 \sim \max\{d_N, \sqrt{d_N/(g_- + g_+)}\}$. То есть в соответствующем пределе длинного и узкого контакта $\frac{d_N}{L} \ll 1$ функция распределения принимает вид, зависящий только от ферромагнитных электродов:

$$f(x, y) \approx A + By \tag{3.10}$$

Сверхток определяется как [5]:

$$j_s = \frac{L}{8eR_{NF}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon \big[f_\uparrow(\epsilon) + f_\downarrow(\epsilon)\big] \big[j_\uparrow(\epsilon) + j_\downarrow(\epsilon)\big], \tag{3.11}$$

где R_{NF} - сопротивление в нормальном состоянии $F/N/F$ области; $j_\sigma = \operatorname{Im}\Big[\sin^2 \theta_\sigma \nabla \chi_\sigma\Big]$. В данной формуле мы пренбрегли членом By в функции распределения (3.10), так как после интегрирования по y он пропадет в силу симметрии. В данном выражении все функции распределения равновесные, поэтому мы можем воспользоваться формализмом Мацубары и вместо интегрирования по энергиям произвести суммирование по частотам $\omega_n = (2n+1)\pi T$. Тогда выражение (3.11) примет вид:

$$j_s = \frac{LT}{8eR_{NF}} \sum_{\omega_n, \sigma, \kappa} j(i\omega_n + \sigma h + k\mu_\sigma), \tag{3.12}$$

где $k = \pm 1$ соответствуют разным берегам F), $\sigma = \pm 1$ соответствуют разным проекциям спина на выделенную ось.

Формула (3.11) состоит из двух частей: функции распределения - решения кинетического уравнения и мнимой части спектрального сверхтока. Как было отмечено [8], в пределе высокой температуры $T \gg E_{Th}$ решение уравнения Узаделя можно представить в виде суммы инстантона и анти-инстантона:

$$\sin\theta(x)e^{i\chi} = e^{-i\delta\phi/2}\sin\theta^-(x) + e^{i\delta\phi/2}\sin\theta^+(x) \tag{3.13}$$

$$\tan\left(\frac{\theta^\pm}{4}\right) = \exp\left(\pm x\sqrt{\frac{2\omega}{D}} + A^\pm\right) \tag{3.14}$$

В случае прозрачных граничных условий $A^\pm = -\sqrt{\frac{\omega}{2}} + \ln\tan\frac{\theta_S}{4}$. Отсюда можно получить выражение для критического тока [8]:

$$j_c = \frac{16\pi T}{3R_{NF}}\sum_\epsilon \frac{\Delta^2}{\epsilon + \Omega + \sqrt{2(\Omega^2 + \epsilon\Omega)}}\exp\left(-\sqrt{\frac{\epsilon}{E_{Th}}}\right), \tag{3.15}$$

где $\Omega = \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}$. Рассматривать будем решение в виде суперпозиции двух инстантонов на первой мацубаровской частоте $\omega = \pi T$, поэтому ϵ пробегает значения $\epsilon = \{\pi T - ih \pm i\mu_\uparrow, \pi T + ih \pm i\mu_\downarrow\}$. Численное решение уравнения Узаделя отличается от инстантонного примерно на 10%, критический ток примерно на 7%.

Используя полученное выражение, можно фитировать экспериментальные данные зависимости критического тока от тока инжекции (в единицах разницы химпотенциалов на разных берегах F). Фит данных эксперимента [5] с рассматриваемой геометрией изображен на рисунке 5.

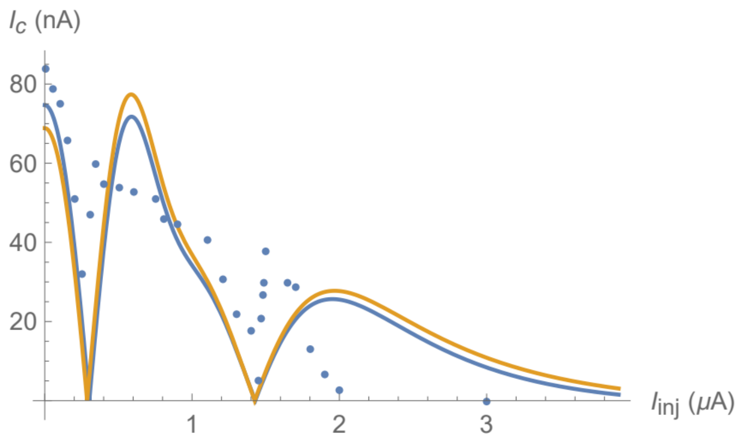

Рис. 5: Фит экспериментальных данных (синие точки) приближенным двухинстантонным решением (синяя кривая). Оранжевая кривая описывает уже решение с двумя мацубаровскими частотами при тех же параметрах. Параметры фита (в единицах энергии Таулесса): $\Delta = 0.9$, $h = 1.9$, $\mu_\uparrow/\mu_\downarrow = 0.525$, $\pi T = 1.61$.

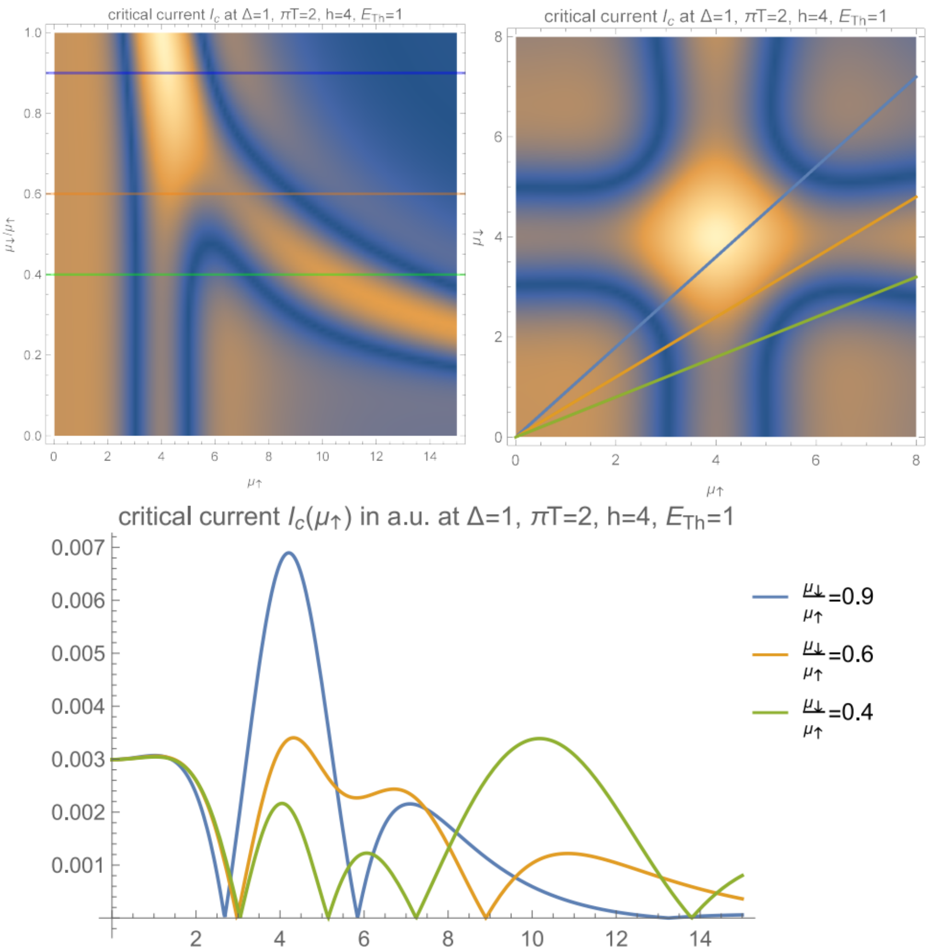

Рис. 6: Зависимость критического тока от инжекции (выражена в единицах химпотенциала). Нижний график демонстрирует различные сечения соответствующими цветами верхних графиков. Можно наблюдать на графиках режимы 0− и $\pi-$ контактов

Кроме того, можно отметить, что зависимость критического тока от отношения химпотенциалов $\mu_\uparrow/\mu_\downarrow$ имеет интересный вид. Следует заметить, что экспериментально проблематично сделать контакт с сильно отличающимися друг от друга химпотенциалами – наиболее простой способ, по всей видимости, это использовать полуметаллы, которые являются довольно экзотичным материалом. Зависимость критического тока от различных комбинаций между химпотенциалами можно видеть на рис. 6.

4 Заключение

В настоящей работе были проведены исследования сверхпроводящих гетероструктур при помощи уравнения Узаделя. Основными результатами являются сведение 2D уравнения Узаделя для $S-N/F-S$ контакта к эффективному 1D уравнению Узаделя в случае малых толщин N и F слоев. Полученное эффективное уравнение дополнительно содержит эффективное обменное поле и распаривающий член, характерный для систем с магнитными примесями [12], подавляющий сверхпроводимость. Путем численного решения 2D уравнения Узаделя получена зависимость плотности состояний как функции от энергии и обменного поля при разных длинах контакта. Было проведено численное сравнение результатов для плотности состояний полученной эффективной 1D теории и исходной 2D теории.

Кроме того, был проведен анализ экспериментальной работы [5], получена аналитическая формула в инстантонном приближении для критического тока, произведен фит экспериментальных данных. Исследовано численное решение уравнения Узаделя с келдышевской компонентой. Построен график зависимости критического тока от инжектированного, пропущенного через NF границы. Получено, что высокотемпературные асимптотики хорошо количественно описывают систему даже при относительно невысоких температурах.

$$j = \mathrm{Im}\left[\sin^2\theta_\omega \nabla\chi_\omega\right] \tag{4.1}$$

Список литературы

[1] B. D. Josephson, “Possible new effects in superconductive tunnelling,” Phys. Lett. 1, 251-253 (1962)

[2] Ryazanov, V. V., Oboznov, V. A., Rusanov, A. Y., Veretennikov, A. V., Golubov, A. A., Aarts, J. "Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction"// Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 86. — P. 2427.

[3] K. D. Usadel, Phys. Rev. Lett. 25, 8 (1970)

[4] T. E. Golikova, F. Hübler, D. Beckmann, I. E. Batov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, and V. V. Ryazanov Phys. Rev. B 86, 064416 (2012)

[5] T. E. Golikova, M. J. Wolf, D. Beckmann, G. A. Penzyakov, I. E. Batov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, V. V. Ryazanov "Controllable supercurrent in mesoscopic superconductor-normal metal-ferromagnet crosslike Josephson structures"//Superconductor Science and Technology. – 2021. – Vol. 34. – Num. 9

[6] M. Yu. Kuprianov and V. F. Lukichev. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 94,139-149 (June 1988)

[7] Yuli V. Nazarov, "Novel circuit theory of Andreev reflection"// Superlattices and Microstructures, 1999, Vol.5

[8] Wolfgang Belzig and Frank K. Wilhelm and Christoph Bruder and Gerd Schön and Andrei D. Zaikin, "Quasiclassical Green’s function approach to mesoscopic superconductivity"// Superlattices and Microstructures, 1999, vol. 25

[9] Cottet, A., Huertas-Hernando, D., Belzig, W., Nazarov, Y. V. "Spin-dependent boundary conditions for isotropic superconducting Green’s functions."// Physical Review B, 80(18), 2009

[10] Alex Kamenev, Alex Levchenko, "Keldysh technique and non-linear σ-model: basic principles and applications"//Advances in Physics, 2010

[11] Venkat Chandrasekhar, "An introduction to the quasiclassical theory of superconductivity for diffusive proximity-coupled systems"//"The Physics of Superconductors, Vol II: Superconductivity in Nanostructures, High-Tc and Novel Superconductors, Organic Superconductors 2004

[12] B. Crouzy, E. Bascones, and D. A. Ivanov Phys. Rev. B 72, 092501 (2005)