## Часть 2. Элементы статистической механики и кинетики

**1. Одномерная модель Изинга и метод матрицы переноса.**
(по материалу Л.Н.Щура)

**2. Случайные блуждания, уравнения Ланжевена и Фоккера-Планка.**

1) Свободные случайные блуждания.

2) Флуктуации вблизи равновесия: энтропия.

3) Динамика случайных блужданий в параболическом потенциале; соотношение Эйнштейна для коэфф. диффузии.

4) Уравнение Ланжевена для диффузии в потенциальном поле. Плотность вероятности и вывод уравнения (Фоккера-Планка) для нее. Равновесное распределение Гиббса для движения в поле потенциальных сил.

Задачи к лекции 2.2:

1) Упругая струна длины L с линейным натяжением k помещена в параболическую яму: $U(y(x)) = \int \lambda \; y^2/2 \, dx$ Температура равна T. Найти среднеквадратичную флуктуацию отклонения струн ы в ее середине $\langle y^2(x=0)\rangle$

2) Найти среднеквадратичную флуктуацию относительного смещения точек свободной упругой струны $\langle [y(x) - y(x')]^2 \rangle$ для струны с коэффициентом натяжения k и длины L, считая, что обе точки x и x' находятся далеко от концов струны и $|x-x'| \ll L$. Температура T

**3. Функция Грина уравнения Фоккера-Планка и интеграл по траекториям**

1) Функция Грина уравнения свободной диффузии

2) Функция Грина для диффузии в параболическом потенциале.

3) Переход от уравнения Ф.-П. к "уравнению Шредингера в мнимом времени " и интеграл по траекториям для него. Интерпретрация этого интеграла по траекториям как статистической суммы одномерной системы.

4) Представление интеграла по траекториям для функции Грина уравнения Ф.-П.

Задачи к лекции 2.3

1) Найти "ядро" $K(x,y|\,t)$ для движения в однородном поле с $U(x) = -Fx$

2) Показать, что для случая движения в потенциальном поле с не выше чем квадратичной зависимостью $U(x)$ можно представить ядро в виде

$K(x,y \mid t) = g(t) \exp[-S(x,y|t)/T]$

где $S(x,y|t)$ – действие, подчиняющееся уравнению типа Гамильтона-Якоби

Показать также, что в присутствии членов более высокого порядка в $U(x)$ такое представление отсутствует.

**4. Случайные матричные ансамбли Вигнера-Дайсона**

1) Диффузия в пространстве эрмитовых матриц с гауссовым весом. Уравнение Фоккера-Планка и его решение

2) Уравнение Ланжевена для эволюции собственных значений, совместная функция распределения для всех собственных значений (эрмитовы матрицы, т.е. “унитарный ансамбль”)

3) Средняя плотность “уровней” в унитарном матричном ансамбле - вывод

4) Корреляции уровней – ответ для унитарного ансамбля и качественные соображения

<u>Задачи к лекции 2.4</u>

1) Вывести совместную функцию распределения собственных значений для вещественных случайных матриц (“ортогональный ансамбль”) и оценить вероятность обнаружения пары аномально близких уровней.

2) Рассмотреть унитарный случайный ансамбль размерности $N \gg 1$ на интервале собственных значений $|x| < \Lambda \ll N$ считая, что средняя плотность состояний там равна 1. Требуется найти средне-квадратичную флуктуацию величины $M = \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \nu(x)\, dx$ около ее среднего значения $\langle M \rangle = 2\Lambda$