

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Институт теоретической физики имени Л.Д. Ландау

ДМИТРИЙ АБАНИН

**РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ В
МЕЗОСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ**

Дипломная работа по кафедре
"Проблемы теоретической физики"

Научный руководитель:
кандидат физ.-мат. наук
Леонид Левитов

Черноголовка - 2004

Содержание

| | | |
|---|--|----|
| 1 | Введение | 3 |
| 2 | Задача Махана-Нозье для некоммутирующих матриц рассеяния | 6 |
| 3 | Резонансное туннелирование в открытую квантовую точку | 14 |
| 4 | Заключение | 19 |

1 Введение

Последнее десятилетие ознаменовалось стремительным развитием технологий микроэлектроники [1, 2, 3]. Экспериментально стало возможным исследование одноэлектронных транзисторов, квантовых точек, и других мезоскопических систем. В связи с этим большой интерес стали привлекать задачи, связанные с туннелированием через резонансные уровни. В то время как резонансное туннелирование в невзаимодействующей системе представляет собой хорошо изученное явление, учет различных типов взаимодействия приводит к ряду новых интересных эффектов. Одно из наиболее ярких явлений подобного рода возникает при наличии кулоновского взаимодействия между резонансным уровнем и системой, в которую происходит туннелирование.

Эта задача была впервые рассмотрена Матвеевым и Ларкиным [4], которые показали, что данная проблема сводится к классической задаче о крае спектра поглощения рентгеновских лучей и катастрофе ортогональности Андерсона. Отметим особо, что Матвеев и Ларкин обсуждали ситуацию, когда туннелирование происходит в чистую Ферми-систему. В этом случае решение Махана и Нозье [5, 6] задачи о крае спектра поглощения полностью переносится на резонансное туннелирование. Они нашли, что взаимодействие с резонансным уровнем описывается набором фаз рассеяния в некоторых каналах рассеяния, которые определяются микроскопическими деталями системы. Затем, было показано, что туннельный ток усиливается за счет эффектов взаимодействия, когда энергия резонансного уровня приближается к Ферми-уровню системы, в которую происходит туннелирование:

$$I(\epsilon) \propto (\epsilon - \epsilon_F)^{-\alpha}, \quad (1)$$

где ϵ – энергия резонансного уровня, а экспонента α определяется набором фаз рассеяния. Заметим, что задача о крае поглощения рентгеновских лучей является одной из немногих многочастичных задач, которые могут быть решены точно в пределе сильного взаимодействия.

В настоящей работе исследуется резонансное туннелирование в мезоскопическую систему. Принципиально новый эффект в этой задаче обусловлен рассеянием туннелирующего электрона, а также электронов в самой мезоскопической системе, на случайном потенциале примесей. Из-за этого электроны двигаются диффузно, и оказывается возможным

многократный возврат электронов к резонансному уровню, что существенным образом изменяет взаимодействие.

Как будет показано ниже, влияние мезоскопического рассеяния на изучаемый резонанс определяется лишь *одним* параметром, а именно, амплитудой возврата к резонансному уровню. В зависимости от свойств мезоскопического рассеяния резонанс может быть как усилен, так и ослаблен. Мы проиллюстрируем эту физическую картину, справедливую для широкого класса мезоскопических систем, на примере открытой квантовой точки [7]. В этом случае амплитуда возврата особенно наглядна и может быть интерпретирована как амплитуда отражения (обусловленного мезоскопическим рассеянием в квантовой точке) электронной волны во вспомогательном канале. Важнейшим выводом для резонансного туннелирования в квантовую точку является управляемость резонанса: мы покажем, что, изменяя параметры квантовой точки с помощью гейтовых напряжений, можно достичь произвольных значений показателя степени резонанса.

В качестве немедленного следствия мы получим, что поведение рассматриваемой системы чувствительно к магнитному полю и наличию спин-орбитального рассеяния, а также что флуктуации кондактанса имеют аналог в задаче о резонансном туннелировании в квантовую точку.

Подчеркнем, что предложенный подход применим не только для квантовых точек, но и, например, для анализа резонансного туннелирования в неупорядоченный металл [8]. В этом случае, хотя качественная картина многократных возвратов остается верной, возникает ряд новых эффектов.

На определенном этапе анализа резонансного туннелирования в мезоскопическую систему нам необходимо будет решить обобщение задачи Махана-Нозье на некоммутирующие матрицы. Основная сложность в этой проблеме заключается в том, что невозможно выделить набор каналов рассеяния и описать физику в терминах фаз рассеяния в этих каналах – некоммутативность матриц означает, что, какие бы каналы мы ни выбрали, после туннелирования начнется рассеяние между различными каналами. Частично обобщение было проведено в работах Ямады и Иосиды [9], которые изучили катастрофу ортогональности для случая некоммутирующих матриц рассеяния. В основном, Ямада и Иосида использовали тот же метод, который применялся в работах Махана и Нозье. В настоящей работе для решения "некоммутативной" задачи Махана-Нозье мы предлагаем новый подход, который позволяет свести задачу к одноча-

стичной на очень ранней стадии анализа, и обладает большей общностью и наглядностью по сравнению с методом Махана-Нозье (например, предлагаемый подход позволяет решить неравновесную задачу Махана-Нозье [10, 11]). Идеи этой техники впервые возникли в контексте квантового шума [12, 13, 14].

Прежде чем переходить непосредственно к изложению полученных результатов и использованных методов решения, упомянем о некоторых других работах по резонансному туннелированию и по резонансу на Ферми-уровне. Прежде всего, имеется ряд экспериментов, в которых наблюдается резонанс на Ферми-уровне, например, [15]. Физика FES, кроме резонансного туннелирования, имеет другие приложения, такие как низкотемпературный телеграфный шум [16]. В работах [17, 18] и [19] исследовались катастрофа ортогональности и задача Махана-Нозье соответственно для случая замкнутой квантовой точки, причем авторы данных статей использовали точные одночастичные состояния для того чтобы найти перекрытие многочастичных волновых функций. Отметим также работу [20], в которой обсуждается резонансное туннелирование в режиме кулоновской блокады.

Часть результатов данной работы была опубликована в [7]. После появления нашей работы была опубликована работа [21], в которой получены аналогичные нашим результаты для некоммутативной задачи Махана-Нозье.

Отметим, что уровень экспериментального оборудования, доступного в настоящее время, позволяет проверить результаты данной работы. В частности, исследованный эффект имеет применение в экспериментах по изучению энергетической релаксации в квантовых точках, проводимых в Гарвардском университете группой Чарли Маркуса [22].

Работа имеет следующую структуру: в главе 2 изложен метод решения задачи Махана-Нозье для произвольного несепарабельного рассеивателя. Затем, в главе 3 мы переходим к анализу резонансного туннелирования в открытую квантовую точку, и показываем, что весь эффект рассеяния в точке содержится в амплитуде возврата к локализованному уровню. Работа завершается кратким заключением.

Благодарности. Я бы хотел выразить глубокую благодарность Леониду Левитову. Данной работе способствовали полезные обсуждения с Чарли Маркусом, Андреем Шитовым и Домиником Жумбулем.

2 Задача Махана-Нозье для некокоммутирующих матриц рассеяния

Настоящая глава посвящена некоммутативной задаче Махана-Нозье (МН). Напомним кратко результат анализа коммутативной задачи МН. Рассмотрим туннелирование через резонансный уровень. Мы будем интересоваться туннельным током через систему в зависимости от энергии резонансного уровня (в экспериментах энергию резонансного уровня можно регулировать с помощью гейтовых напряжений). Будем предполагать химические потенциалы электронов в контактах фиксированными и равными $\mu_L > \mu_R$ в левом и правом контактах соответственно. Для простоты также будем считать, что туннелирование из левого контакта на резонансный уровень происходит гораздо быстрее, чем туннелирование с резонансного уровня в правый контакт. Тогда ток через систему будет определяться туннелированием между резонансным уровнем и правым контактом, и в дальнейшем мы будем говорить именно об этом процессе. (Также для удобства обозначим уровень Ферми в правом контакте через E_F .)

Очевидно, что если энергия резонансного уровня ϵ лежит вне интервала (μ_R, μ_L) , то туннельный ток равен нулю. Для невзаимодействующей системы ток в случае $\mu_R < \epsilon < \mu_L$ постоянен. Однако в любой реальной системе резонансный уровень располагается достаточно близко к контакту, поэтому кулоновское взаимодействие электронов в контакте с дыркой, которая остается после туннелирования электрона с локализованного уровня, оказывается важным.

Учет кулоновского взаимодействия был проведен в работах [4, 5, 6] в предположении того, что имеется лишь один канал рассеяния, причем фаза рассеяния электронов в этом канале на незаполненном локализованном уровне равна δ . Как мы уже упомянули во введении, результат этих работ состоит в том, что туннельный ток имеет степенную особенность при $\epsilon \rightarrow E_F$, см. (1), причем показатель степени выражается через фазу рассеяния следующим образом:

$$\alpha = 2\delta/\pi - (\delta/\pi)^2 \quad (2)$$

Два члена в выражении (2) имеют простую физическую интерпретацию. В самом деле, легко видеть, что в задаче имеется два конкурирующих эффекта. Первый из них (отвечающий слагаемому $2\delta/\pi$) состоит в том,

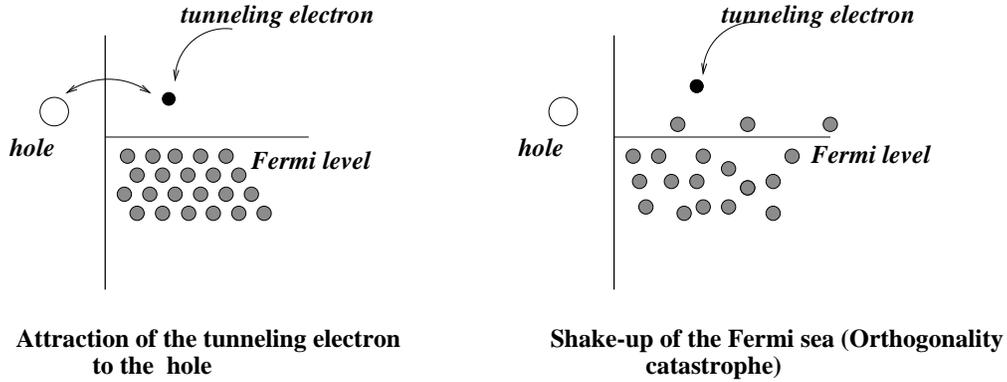


Рис. 1: Иллюстрация двух конкурирующих эффектов. Слева: туннелирующий электрон притягивается к дырке и они формируют квазисвязанное состояние \rightarrow усиление туннелирования; справа: катастрофа ортогональности Андерсона из-за рассеяния электронов проводимости на дырке \rightarrow подавление туннелирования.

что туннелирующий электрон притягивается к дырке, которая остается на резонансном уровне, и они формируют квазисвязанное состояние, что вызывает усиление туннелирования. Второй эффект (отвечающий слагаемому $(\delta/\pi)^2$) возникает из-за того, что электроны в Ферми-море рассеиваются на появляющейся после туннелирования дырке. Физически второй эффект – не что иное как катастрофа ортогональности Андерсона [23]. Очевидно, что катастрофа ортогональности стремится подавить туннелирование. Эти два эффекта проиллюстрированы на рис. 1.

В данной главе мы решаем задачу Махана-Нозье для случая произвольного несепарабельного рассеивателя. Более точно, предположим, что полная матрица рассеяния электронов на потенциале резонансного уровня равна S_0 , когда этот уровень заполнен, и S_1 , когда он пуст, причем матрицы S_0 , S_1 не коммутируют друг с другом. Это означает, что описание в терминах фаз рассеяния, которое является ключевым моментом метода Махана, Нозье и др., невозможно в рамках данной задачи. Как уже было упомянуто, мы воспользуемся другим подходом.

Взаимодействие электронов с локализованным уровнем зависит от его заряда, который меняется при туннелировании электрона с локализованного состояния в зону проводимости. Это описывается гамильтони-

аном

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \mathcal{H}_1 (1 - \hat{b}^\dagger \hat{b}) \quad (3)$$

где b, b^\dagger обозначают операторы уничтожения/рождения электрона на локализованном уровне, а $\mathcal{H}_{0,1}$ – многочастичные операторы, соответствующие рассеянию электронов проводимости на заполненном и пустом уровне соответственно. Как показано в работе [4], туннельный ток определяется фурье-образом функции Грина

$$G(\tau) = \text{tr} \left(\hat{b}^\dagger(0) \hat{\psi}(0) \hat{\psi}^\dagger(-\tau) \hat{b}(-\tau) \hat{\rho} \right) \quad (4)$$

где $\hat{\psi}(\tau) = \sum_\alpha u_\alpha \hat{a}_\alpha(\tau)$ представляет собой оператор туннелирующего электрона, записанный в терминах одночастичных состояний \hat{a}_α , а $\hat{\rho}$ – матрица плотности системы до туннелирования. Так как вначале резонансный уровень заполнен, то $\hat{\rho} = \hat{\rho}_e \hat{b}^\dagger \hat{b}$, где $\hat{\rho}_e$ – матрица плотности электронов проводимости, которая может быть записана в виде

$$\hat{\rho}_e = \frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_\alpha \lambda_\alpha \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\alpha \right), \quad e^{-\lambda_\alpha} = \frac{n(\epsilon_\alpha)}{1 - n(\epsilon_\alpha)} \quad (5)$$

где $Z = \prod_\alpha (1 + e^{-\beta \epsilon_\alpha})$ – нормировочный множитель. Записав временную зависимость операторов b, b^\dagger в явном виде,

$$\hat{\psi}^\dagger(-\tau) \hat{b}(-\tau) = e^{-i\mathcal{H}\tau} \hat{\psi}^\dagger \hat{b} e^{i\mathcal{H}\tau} = -\hat{b} e^{-i\mathcal{H}_1\tau} \psi^\dagger e^{i\mathcal{H}_0\tau}, \quad (6)$$

перепишем выражение (4) в следующем виде:

$$G(\tau) = \text{tr} \left(\hat{\psi}(0) e^{-i\mathcal{H}_1\tau} \hat{\psi}^\dagger(0) e^{i\mathcal{H}_0\tau} \hat{\rho}_e \right), \quad (7)$$

который содержит только операторы электронов проводимости.

Уравнение (7) обычно является исходным при анализе FES (Fermi-edge singularity). В стандартном подходе Махана-Нозье-деДоминисиса используется диаграммная техника. При этом необходимо пересуммировать определенные члены ряда теории возмущений, для того чтобы выразить все величины непосредственно через одночастичную S -матрицу, а не через потенциал рассеивателя. Затем возникает сингулярное интегральное уравнение, которое может быть решено с помощью метода Винера-Хопфа.

В настоящей работе используется иной метод, не использующий диаграммное разложение. Основное преимущество данного подхода состоит в том, что одночастичные матрицы рассеяния будут введены на очень ранней стадии вычисления.

Воспользуемся коммутационными соотношениями

$$\hat{a}_\alpha^+ \hat{\rho}_e = e^{\lambda_\alpha} \hat{\rho}_e \hat{a}_\alpha^+, \quad \hat{a}_\alpha^+ e^{i\mathcal{H}_0\tau} = e^{-i\epsilon_\alpha\tau} e^{i\mathcal{H}_0\tau} \hat{a}_\alpha^+ \quad (8)$$

для того чтобы записать выражение (7) в виде

$$G(\tau) = \sum_{\alpha, \alpha'} u_{\alpha'}^* u_\alpha e^{\lambda_{\alpha'}} e^{-i\epsilon_{\alpha'}\tau} \text{tr} \left(e^{-i\mathcal{H}_1\tau} e^{i\mathcal{H}_0\tau} \hat{\rho}_e \hat{a}_{\alpha'}^+ \hat{a}_\alpha \right) \quad (9)$$

где индексы α, α' используются для обозначения одночастичных состояний в зоне проводимости.

Теперь заметим, что, так как каждый из операторов $e^{-i\mathcal{H}_1\tau}$, $e^{i\mathcal{H}_0\tau}$, $\hat{\rho}_e$ имеет форму экспоненты квадратичного по \hat{a}, \hat{a}^\dagger оператора, их произведение можно записать следующим образом:

$$e^{-i\mathcal{H}_1\tau} e^{i\mathcal{H}_0\tau} \hat{\rho}_e = Z^{-1} \exp \left(\sum_{\beta, \beta'} w_{\beta, \beta'} \hat{a}_\beta^+ \hat{a}_{\beta'} \right). \quad (10)$$

Отметим, что оператор $\hat{w} = w_{\beta, \beta'}$, определенный уравнением (10), действует в одночастичном подпространстве, в отличие от оператора $\sum_{\beta, \beta'} w_{\beta, \beta'} \hat{a}_\beta^+ \hat{a}_{\beta'}$, который действует в многочастичном гильбертовом пространстве.

Легко видеть, что след в уравнении (9) можно выразить в терминах (действующего в одночастичном подпространстве) оператора \hat{w} :

$$\text{tr} \left(e^{-i\mathcal{H}_1\tau} e^{i\mathcal{H}_0\tau} \hat{\rho}_e \hat{a}_{\alpha'}^+ \hat{a}_\alpha \right) = Z^{-1} \left(\hat{1} + e^{-\hat{w}} \right)_{\alpha, \alpha'}^{-1} \det \left(\hat{1} + e^{\hat{w}} \right) \quad (11)$$

Обратим внимание на то, что в левой части равенства (11) след берется по *многочастичному гильбертову пространству*, в то время как детерминант в правой части берется по *одночастичному подпространству*. Таким образом, задача FES сведена к анализу одночастичных операторов $\hat{1} + e^{\pm \hat{w}}$. Скоро будет показано, что этот оператор может быть выражен через одночастичную матрицу рассеяния на потенциале резонансного уровня и функцию распределения электронов проводимости. Поэтому все многочастичные эффекты FES-задачи содержатся в алгебраических свойствах оператора $\hat{1} + e^{\hat{w}}$. На наш взгляд, предложенный подход, явно

разделяющий эффекты Ферми-статистики и одночастичного рассеяния, обладает большей наглядностью и значительно более широкой областью применимости, чем оригинальный метод Махана-Нозье-деДоминисиса.

Воспользуемся теперь идеей, предложенной I. Klich [13], для того чтобы переписать оператор $e^{\hat{w}}$ в терминах одночастичных величин. Выражая $\ln(e^A e^B)$ (где A, B – операторы, квадратичные по операторам рождения/уничтожения) с помощью формулы Бейкера-Хаусдорфа через сумму коммутаторов операторов A, B , и замечая соответствие между алгеброй коммутаторов многочастичных операторов A и B , квадратичных по $a_\alpha, a_{\alpha'}^\dagger$, и алгеброй коммутаторов ограничений A и B на одночастичное подпространство, мы находим, что

$$e^{\hat{w}} = e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau} e^{-\beta\hat{\epsilon}} \quad (12)$$

Фигурирующие здесь операторы $\hat{h}_{0,1}$ и $e^{-\beta\hat{\epsilon}}$ связаны с гамильтонианом и матрицей плотности следующим образом:

$$\mathcal{H}_{0,1} = \sum_{\alpha\alpha'} (\hat{h}_{0,1})_{\alpha\alpha'} a_\alpha^\dagger a_{\alpha'}, \quad e^{-\beta\hat{\epsilon}} = e^{-\beta\epsilon_\alpha} \delta_{\alpha\alpha'} \quad (13)$$

Определяя оператор чисел заполнения $\hat{n} = (1 + e^{\beta\hat{\epsilon}})^{-1}$ и пользуясь результатом (12), запишем детерминант $\det(1 + e^{\hat{w}})$ в виде

$$\det(1 + e^{\hat{w}}) = Z \det\left(1 - n(\epsilon) + e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau} n(\epsilon)\right) \quad (14)$$

Наиболее естественным базисом для анализа оператора $e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau}$ является базис состояний рассеяния, зависящих от времени, векторы которого представляют собой волновые пакеты, нумеруемые моментом времени, в который они достигают рассеивателя. Действие оператора $e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau}$ в базисе состояний рассеяния схематически изображено на рисунке 2. Физически оператор $e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau}$ осуществляет суперпозицию прямой эволюции, соответствующей гамильтониану \hat{h}_1 , и обратной эволюции, соответствующей гамильтониану \hat{h}_0 . Заметим, однако, что эффективно рассеиватель находится в переключенном состоянии только для времен $0 < t < \tau$, поэтому волновые пакеты, достигающие резонансного уровня в моменты времени $t > \tau, t < 0$, отражаются так же как если бы рассеиватель вообще не изменял своего состояния. Таким образом, оператор $e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau}$ в базисе состояний рассеяния имеет следующий вид:

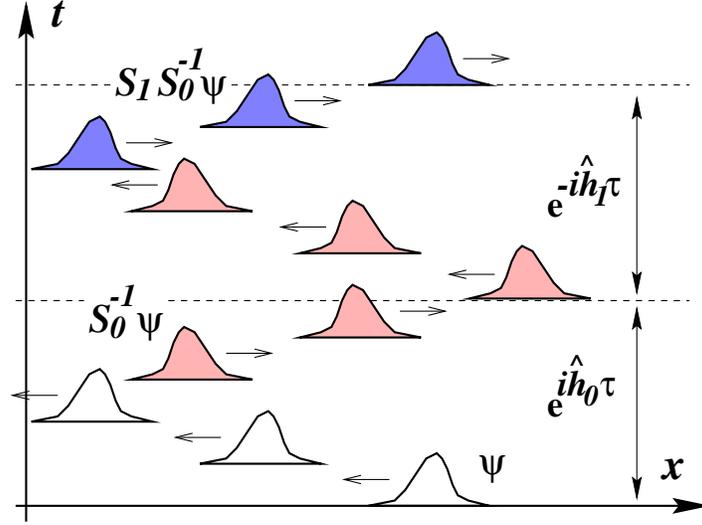


Рис. 2: Рисунок иллюстрирует действие оператора $e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau}$ в базисе состояний рассеяния.

$$\hat{S} \equiv e^{-i\hat{h}_1\tau} e^{i\hat{h}_0\tau} = \delta_{t,t'} \times \begin{cases} R, & 0 < t < \tau \\ 1, & \text{else} \end{cases} \quad (15)$$

где $R = S_1 S_0^{-1}$ – "составная" S-матрица, а $S_{0,1}$ – матрицы рассеяния электронов на резонансном уровне для случаев, когда уровень соответственно заряжен и незаряжен. (Отметим, что для одноканального случая, рассмотренного в работах [4, 5, 6], $R = e^{2i(\delta' - \delta)}$). Поэтому мы можем переписать детерминант (14) в форме

$$\det(1 + e^{\hat{w}}) = Z \det(1 + (\hat{S} - 1)\hat{n}) \quad (16)$$

Аналогично, оператор $(1 + e^{-\hat{w}})^{-1}$ выражается через одночастичные величины следующим образом:

$$(1 + e^{-\hat{w}})^{-1} = \left(n(\epsilon) + (1 - n(\epsilon))\hat{S}^{-1} \right)^{-1} n(\epsilon) \quad (17)$$

Напомним, что n, S представляют собой операторы в гильбертовом пространстве функций времени.

Итак, функция Грина (9) принимает вид

$$G(\tau) = Le^C, \quad e^C = \det \left(1 + (\hat{S} - 1)\hat{n} \right) \quad (18)$$

$$L = \sum_{\epsilon, \epsilon'} e^{-i\epsilon'\tau} \langle \tilde{u}_\epsilon | (1 - \hat{n}) \left(\hat{n} + \hat{S}^{-1}(1 - \hat{n}) \right)^{-1} | \tilde{u}_{\epsilon'}^* \rangle \quad (19)$$

где $\tilde{u}_\epsilon = \sum_\alpha u_\alpha \delta(\epsilon - \epsilon_\alpha)$ – вектор в пространстве каналов рассеяния, а $\langle \dots \rangle$ включает суммирование по каналам рассеяния. (Отметим, что похожее равенство было получено в контексте статистики шума [12].)

Таким образом, мы продемонстрировали, что функция Грина факторизуется, $G(\tau) = Le^C$, и для случая, когда матрицы $S_{0,1}$ не коммутируют. Это обобщение результата Нозье и деДоминисиса для одноканального случая. Два вклада в функцию Грина, выраженные через одночастичные величины, имеют простую качественную интерпретацию. Первый вклад соответствует притяжению туннелирующего электрона к дырке, которая остается на резонансном уровне (так называемый вклад открытых линий L). В результате туннелирующий электрон и дырка образуют квазисвязанное состояние, что увеличивает вероятность туннелирования. Второй вклад отвечает встряске Ферми-моря в результате переключения рассеяния на резонансном уровне при туннелировании (вклад замкнутых петель e^C). При перестройке Ферми-моря возбуждаются мягкие моды, что требует энергии, поэтому этот эффект вызывает подавление туннелирования. Таким образом, факторизация функции Грина является формальным подтверждением качественной картины эффекта, приведенной в самом начале настоящей главы.

Теперь мы готовы получить явное выражение для функции Грина $G(\tau)$. Для этого заметим, что по отношению к индексам нумерующим каналы одночастичные операторы, фигурирующие в (18), (19), диагональны в базисе собственных векторов матрицы $R = S_1 S_0^{-1}$. При этом вклады, соответствующие различным собственным значениям R , аддитивны для L и мультипликативны для e^C . Таким образом, мы свели "некоммутативную" задачу к набору одноканальных задач, в которых роль фаз рассеяния в различных каналах играют собственные значения матрицы R . Соответственно, вклад линий и вклад петель равны

$$L = - \sum_j |u_j|^2 \frac{i}{\tau} (-i\tau\xi_0)^{2\beta_j}, \quad e^C = (-i\tau\xi_0)^{-\sum_j \beta_j^2} \quad (20)$$

где $e^{2\pi i\beta_j}$ – набор собственных значений матрицы R , $\xi_0 \simeq E_F$ – ультрафиолетовая обрезка.

Выражение (20) дает решение задачи МН для произвольного несепарабельного рассеивателя. Физически, такая форма функции Грина означает, что туннельный ток (или спектр поглощения рентгеновского излучения в оригинальной формулировке МН) имеет степенную особенность на Ферми-уровне,

$$I \propto (\epsilon - E_F)^{-\alpha}, \quad (21)$$

где показатель α по форме напоминает показатель для сепарабельной задачи,

$$\alpha = 2\beta_0 - \sum_j \beta_j^2 \quad (22)$$

Здесь $e^{2i\pi\beta_j}$ – набор собственных значений матрицы R , а β_0 – максимальное из чисел β_j . В некотором смысле можно сказать, что величины $\pi\beta_j$ играют роль фаз рассеяния для одноканальной задачи.

3 Резонансное туннелирование в открытую квантовую точку

В данной главе рассматривается резонансное туннелирование в мезоскопической системе. Основная особенность этой задачи по сравнению с классической проблемой МН заключается в том, что кроме рассеяния на потенциале резонансного уровня имеется рассеяние в самой мезоскопической системе (например, это может быть рассеяние на примесях для случая неупорядоченного металла, или рассеяние в квантовой точке). В связи с этим возникают два основных вопроса. Каким образом рассеяние в мезоскопической системе модифицирует резонанс на Ферми-уровне? Можно ли, изменяя свойства мезоскопической системы, управлять этим резонансом? (Напомним, что в ситуации, рассмотренной Матвеевым и Ларкиным, форма резонанса определяется микроскопическими параметрами системы, которые невозможно контролировать.)

Физически естественно ожидать, что из-за рассеяния, например, на примесях, электроны могут многократно возвращаться к резонансному уровню, что эффективно усиливает взаимодействие. Опираясь на результаты, полученные в главе 2, мы покажем, что влияние рассеяния в мезоскопической системе на FES содержится в одном параметре – амплитуде возврата электронов к резонансному уровню. Забегая вперед, отметим, что ответ на второй поставленный вопрос положителен, и резонансом можно управлять, изменяя рассеяние в мезоскопической системе.

Рассмотрим систему из двух квантовых точек, разделенных туннельным контактом, изображенную на рисунке 3. Малая точка имеет большую зарядовую энергию и играет роль резонансного уровня. Большая точка открыта, мы предполагаем, что открыто N каналов (на рис. 3 показаны два рукава, которые содержат N открытых каналов; все эти каналы эквипотенциальны). Мы будем интересоваться током из маленькой точки во все каналы. В такой постановке задачи маленькая точка соответствует резонансному уровню в проблеме Матвеева-Ларкина, а электроны в открытых каналах играют роль Ферми-моря.

Рассеяние электронов внутри большой квантовой точки характеризуется матрицей рассеяния размера $N \times N$. Очевидно, что эта S -матрица меняется при туннелировании электрона из маленькой точки. Отметим, что микроскопическим параметром в задаче является фаза отражения δ в канале, соединяющем две точки (речь идет о наиболее открытом кана-

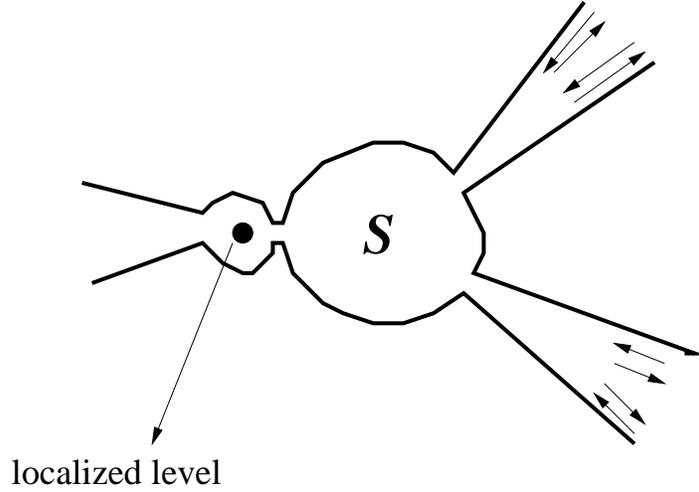


Рис. 3: Система из двух квантовых точек: маленькая точка играет роль резонансного уровня

ле) [24].

Каким образом S -матрица точки зависит от фазы отражения в межточечном канале? Для ответа на этот вопрос рассмотрим вспомогательную задачу рассеяния, содержащую канал, соединяющий две точки. Эта задача описывается расширенной матрицей рассеяния \tilde{S} размера $(N + 1) \times (N + 1)$. Мы можем связать физическую матрицу рассеяния S с расширенной матрицей \tilde{S} , накладывая условие квазипериодичности $u_{N+1}^{(out)} = e^{-2i\delta} u_{N+1}^{(in)}$ на падающую и отраженную волны в добавленном канале. Затем, исключая компоненты, соответствующие вспомогательному каналу из уравнений $u_i^{(out)} = \tilde{S}_{ij} u_j^{(in)}$, мы получим:

$$S_{ij} = \tilde{S}_{ij} + \frac{\tilde{S}_{i(N+1)} \tilde{S}_{(N+1)j}}{e^{-2i\delta} - r}, \quad i, j = 1 \dots N \quad (23)$$

где $r = \tilde{S}_{(N+1)(N+1)}$ – амплитуда возврата в межточечный канал в расширенной картине рассеяния. Легко проверить, что матрица S унитарна, когда \tilde{S} унитарна. Соотношение между S и \tilde{S} проиллюстрировано на рис. 4.

Теперь, опираясь на (23), мы можем применить результаты, полученные в главе 2. Пусть фаза отражения равна δ для случая, когда резонансный уровень заполнен, и δ' , когда он пуст. Тогда составная матрица

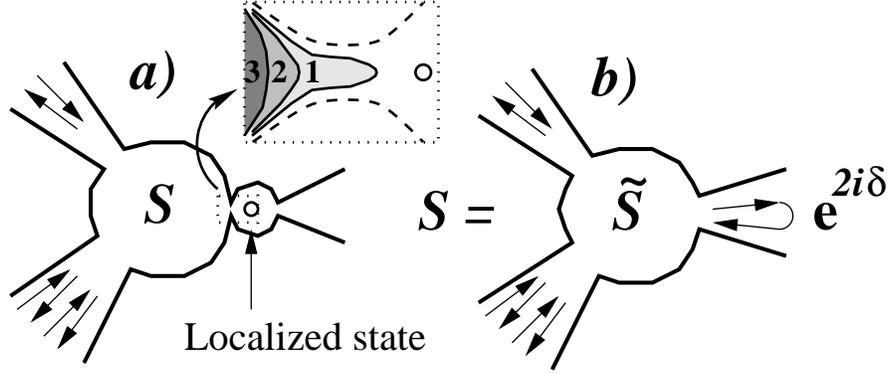


Рис. 4: а) Открытая квантовая точка, слабо связанная с маленькой точкой, играющей роль резонансного уровня. б) Проиллюстрирована связь S -матрицы открытой точки с расширенной матрицей рассеяния \tilde{S} . Матрица \tilde{S} соответствует открытой точке с добавленным межточечным каналом, в котором происходит отражение с некоторой фазой.

R , введенная в главе 2 (см. выражение (15)), равная $S(\delta')S^{-1}(\delta)$, может быть легко вычислена с помощью (23):

$$R_{ij} = \delta_{ij} + \left(\frac{U(\delta)}{U(\delta')} - 1 \right) v_i^* v_j, \quad U(\delta) = \frac{e^{-2i\delta} - r}{e^{-2i\delta} r^* - 1} \quad (24)$$

где $v_i = \tilde{S}_{(N+1)i}(1 - |r|^2)^{-1/2}$, $i = 1, \dots, N$ – единичный вектор, составленный из элементов матрицы \tilde{S} .

Обратим внимание читателя на то, что матрица R в выражении (24) содержит фактически лишь один элемент матрицы \tilde{S} – **амплитуду возврата в межточечный канал** r . Таким образом, весь эффект мезоскопического рассеяния в большой точке описывается одним параметром.

Подчеркнем, что величины r и δ , являющиеся центральными в задаче, описывают совершенно разную физику, и в частности, возникают на различных пространственных масштабах. Фаза отраженной волны δ – микроскопическая постоянная, определяемая областью размером порядка длины экранирования вблизи локализованного уровня. Напротив, величина r зависит от свойств рассеяния внутри большой точки, поэтому она чувствительна к форме точки и может быть изменена посредством приложения гейтовых напряжений.

Вернемся к выражению (24). Замечательным образом, R отличается от единичной матрицы лишь на матрицу ранга один. Это означает, что

несмотря на сложную зависимость матрицы рассеяния (23) от микроскопической фазы δ , с точки зрения проблемы МН задача имеет скрытый одноканальный характер. Найдем единственное нетривиальное собственное значение матрицы (24), которое, как мы показали в главе 2, характеризует некоммутативную задачу МН:

$$e^{2\pi i\beta} = \ln \left(\frac{U(\delta)}{U(\delta')} \right) \quad (25)$$

Соответственно, эффективная фаза рассеяния равна

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \text{Im} \ln \left(\frac{U(\delta)}{U(\delta')} \right) \quad (26)$$

Напомним, что показатель степенной особенности туннельного тока α связан с β посредством

$$\alpha = 2\beta - \beta^2 \quad (27)$$

Таким образом, эффективная фаза рассеяния β зависит лишь от амплитуды возврата r . Как фаза, так и абсолютное значение r определяются формой большой точки, которой можно управлять в эксперименте, прикладывая гейтовые напряжения.

Итак, выражение (26) представляет собой решение поставленной задачи. Оно позволяет описать эффект взаимодействия на резонансное туннелирование в квантовую точку в терминах микроскопических параметров δ, δ' и свойств рассеяния в большой точке, которые входят через величину r .

Зависимость показателя (27) от амплитуды возврата r проиллюстрирована на рисунке 5. При фиксированном абсолютном значении r изменение экспоненты FES благодаря мезоскопическому рассеянию может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от фазы $\theta = \arg r$ (рис. 5). Обратите внимание, что эффект рассеяния в точке особенно силен, когда $|r|$ приближается к единице. При этом показатель FES приближается к максимально возможному значению, когда θ лежит между δ и δ' , и стремится к нулю в противном случае. Такая ситуация отвечает тому, что внутри квантовой точки формируется резонансное состояние.

Какова статистика показателя (27) резонанса на Ферми-уровне? Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо проанализировать статистику амплитуды возврата r . Матрица рассеяния \tilde{S} , элементом которой

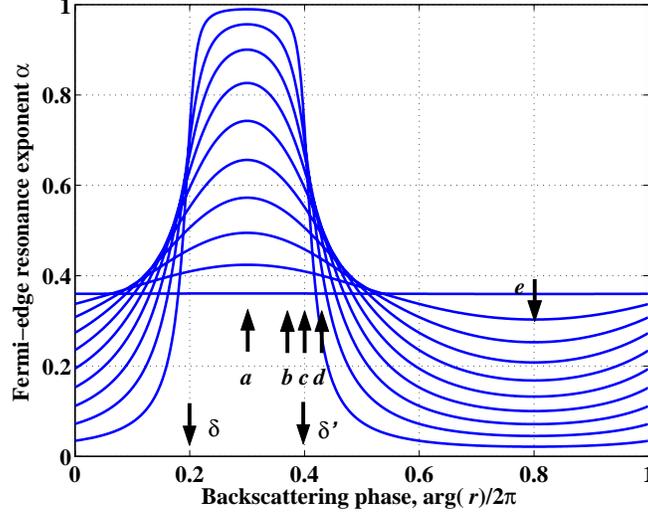


Рис. 5: Зависимость показателя резонанса на Ферми-уровне (27) от $\arg(r)$ при $|r| = 0.1, \dots, 0.9$

является r , принадлежит ансамблю Вигнера-Дайсона, тип которого (ортогональный, унитарный или симплектический) определяется свойствами симметрии системы [25]. Так как амплитуда отражения r представляет собой диагональный элемент матрицы \tilde{S} размера $(N+1) \times (N+1)$, то ее функция распределения равна

$$P(r) \propto (1 - |r|^2)^\gamma \quad (28)$$

где

$$\gamma = N + 1, (N + 2)/2, 2N + 2$$

для трех ансамблей.

Важнейшим следствием того, что r имеет распределение (28), является управляемость FES в мезоскопической системе. В самом деле, как следует из рис. 5, какими бы ни были затравочные значения δ , δ' , всегда существует такая область значений r , для которой показатель FES стремится к единице, и такая область значений r , которая обеспечивает очень покатый резонанс ($\alpha \rightarrow 0$). Так как r является элементом случайной матрицы, то, меняя форму точки, мы можем достичь *произвольных* значений r . Следовательно, управление рассеянием в точке обеспечивает *полный контроль* формы резонанса на Ферми-уровне.

В заключение этой главы, в которой представлены наши основные результаты, отметим, что приведенная физическая картина справедлива для широкого класса мезоскопических систем. Например, влияние рассеяния на примесях на катастрофу ортогональности и Fermi-Edge Singularity в случае неупорядоченного металла также заключается в возможности многократных возвратов к резонансному уровню; показатель резонанса при этом (так же как и для открытой точки) зависит от амплитуды возврата к резонансному уровню, которая может быть связана с кондактансом системы [8].

4 Заключение

В настоящей работе мы изучили влияние кулоновского взаимодействия на резонансное туннелирование в мезоскопической системе. Благодаря рассеянию туннелирующего электрона на примесях оказывается возможным многократный возврат к резонансному уровню, что значительно усиливает взаимодействие. Наиболее важный результат состоит в том, что даже если микроскопическое взаимодействие электронов с локализованным состоянием слабое, рассеяние в мезоскопической системе после туннелирования может вести к тому, что резонанс на Ферми-уровне будет максимально интенсивным. Напротив, при сколь угодно сильном взаимодействии с резонансным уровнем мезоскопическое рассеяние может вызывать полное подавление резонанса на Ферми-уровне. На примере туннелирования в открытую квантовую точку мы показали, что резонансом можно легко управлять посредством гейтовых напряжений.

Статистика резонанса на Ферми-уровне обладает свойствами, характерными для других физических параметров мезоскопических систем, а именно, чувствительностью к типу ансамбля Вигнера-Дайсона, и флуктуациями, напоминающими универсальные флуктуации кондактанса.

Отметим, что картина многократных возвратов, в целом справедливая для широкого класса мезоскопических систем, в случае резонансного туннелирования в неупорядоченный металл ведет к ряду новых интересных эффектов [8].

В процессе решения задачи для решения несепарабельной проблемы FES мы предложили новый метод (использованный независимо Музыкантским в работе [21]), позволяющий эффективно анализировать проблемы с зависящим от времени рассеянием. Основной чертой этого под-

хода является четкое разделение эффектов Ферми-статистики и одночастичного рассеяния. Этот метод, который гораздо проще, чем оригинальный метод Нозье-деДоминисиса, обладает широкой областью применимости. В частности, кроме некоммутативной задачи Махана-Нозье он позволяет точно решить задачу о резонансном туннелировании в Ферми-море с произвольной функцией распределения электронов [10].

Список литературы

- [1] M. A. Kastner, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 849 (1992)
- [2] D. Goldhaber-Gordon, *et al.*, *Nature* **391**, 156 (1998)
- [3] L. P. Kouwenhoven *et al.*, Nato ASI conference proceedings, ed. by L. P. Kouwenhoven, G. Schon, and L. L. Sohn (Kluwer, Dordrecht, 1997);
- [4] K. A. Matveev and A. I. Larkin, *Phys. Rev.* **B46**, 15337 (1992)
- [5] G. D. Mahan, *Phys. Rev.* **163**, 1612 (1967)
- [6] P. Nozières and C. T. De Dominicis, *Phys. Rev.* **178**, 1097 (1969)
- [7] D. A. Abanin, L. S. Levitov, cond-mat/0405383, submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [8] D. A. Abanin and L. S. Levitov, unpublished
- [9] K. Yamada and K. Yosida, *Progr. Theor. Phys. (Japan)*, **68**, 1504 (1982)
- [10] D. A. Abanin, L. S. Levitov, *Non-equilibrium Fermi-Edge Singularity*, in preparation
- [11] B. Muzykantskii, N. d'Ambrumenil and B. Braunecker, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 266602 (2003)
- [12] L. S. Levitov and G. B. Lesovik, *JETP Lett.* **58**, 230 (1993)
- [13] I. Klich, cond-mat/0209642
- [14] B. A. Muzykantskii and Y. Adamov, *Phys. Rev.* **B68**, 155304 (2003)
- [15] A. K. Geim, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2061 (1994)

- [16] D. H. Cobden and B. A. Muzykantskii, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4274 (1995)
- [17] I. L. Aleiner and K. A. Matveev, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 814 (1998)
- [18] I. E. Smolyarenko, F. M. Marchetti, and B. D. Simons, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 256808 (2002)
- [19] M. Hentschel, D. Ullman, and H. U. Baranger, cond-mat/0402207
- [20] T. Gramspacher and K. A. Matveev, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4582 (2000)
- [21] N. d'Ambrumenil and B. Muzykantskii, cond-mat/0405475
- [22] C. M. Marcus and D. Zumbühl, unpublished.
- [23] P. W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 1049 (1967)
- [24] K. A. Matveev, *Phys. Rev. B* **51**, 1743 (1995)
- [25] C. W. J. Beenakker *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997)
- [26] Y. Gefen, R. Berkovits, I. V. Lerner, and B. L. Altshuler, *Phys. Rev. B* **65**, 081106(R) (2002)