

4. Chin S. L., Feldmann D., Kratwald J., Welge K. H. // J. Phys. B. 1981. V. 14. P. 2353.  
 5. Dexter J. L., Jaffe S. M., Gallagher T. F. // J. Phys. B. 1985. V. 18. P. L-735.  
 6. Геллер Ю. И., Попов А. К. Лазерное индуцирование нелинейных резонансов в сплошных спектрах. Новосибирск: Наука, 1981.  
 7. Андюшин А. И., Казаков А. Е., Федоров М. В. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1153.  
 8. Бондарев И. И., Дудич М. И., Сурин В. В. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1952.  
 9. Kelly J. F., Hessler J. P., Alber G. // Phys. Rev. A. 1985. V. 33. P. 3913.  
 10. Doolen G. D. // J. Phys. B. 1975. V. 8. P. 525. Doolen G. D., Nuttal I., Stagat P. W. // Phys. Rev. A. 1974. V. 10. P. 1612. Brändas E., Floelich P. // Phys. Rev. A. 1977. V. 16. P. 2207. Преображенский М. А., Panoport Л. П. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 929.  
 11. Зон Б. А., Шолохов Е. И. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 887. Shin-I Chu, Reinhard W. P. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 39. P. 1195.  
 12. Kotochigova S. A., Tupizin I. I. // J. Phys. B. 1987. V. 20. P. 4759.  
 13. Коточигова С. А. // Оптика и спектр. 1983. Т. 55. С. 422.  
 14. Коточигова С. А., Тупицын И. И. // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. С. 8.  
 15. Fano U. // Phys. Rev. 1961. V. 124. P. 1866.  
 16. Коточигова С. А. // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. С. 1116.  
 17. Коточигова С. А., Тупицын И. И. // Опт. и спектр. 1986. Т. 61. С. 1161.

Поступила в редакцию  
4.IX.1987

## MIXING OF DISCRETE AND AUTOIONIZATION ATOMIC STATES BY A STRONG ALTERNATING FIELD

S. A. Kotochigova

Results are presented of a numerical solution of the problem of mixing of discrete and autoionization atomic states by an intense electromagnetic field. Various possibilities of the relation between the matrix element for interaction between the atom and field and the resonance detuning are considered for the particular case of barium. States are obtained whose dynamic dipole moments vanish in a strong field. The effect of the field force on the configurational composition and width of the levels is investigated. Various processes, which can shape the contour of autoionization resonance in a strong alternating field, are considered.

## НОВЫЙ ТИП ПОГРАНИЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

М. И. Дьяконов

Предсказывается существование нового типа электромагнитных волн, локализованных у границы раздела двух прозрачных сред и распространяющихся вдоль нее. Наличие таких волн обусловлено различием в симметрии граничащих сред. Рассмотрены волны на границе изотропной среды с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и одноосного кристалла, характеризуемого значениями  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$ , в случае, когда оптическая ось параллельна плоскости раздела. Показано, что пограничные волны существуют при условии  $\epsilon_{\parallel} > \epsilon > \epsilon_{\perp}$  и что они могут распространяться в некотором интервале углов относительно оси.

1. В настоящей работе рассмотрен новый тип электромагнитных волн, локализованных у границы раздела двух прозрачных сред и распространяющихся вдоль нее. Существование этих волн обусловлено различной симметрией граничащих сред и в отличие от известных случаев не связано с отрицательностью диэлектрической проницаемости или наличием пространственной дисперсии.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением границы раздела между изотропной средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и одноосным кристаллом с главными значениями тензора диэлектрической проницаемости, равными  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_z$ . Величины  $\epsilon$ ,  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$  считаем вещественными и положительными. Свойства искомых пограничных волн и сама возможность их распространения определяются соотношением между  $\epsilon$ ,  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$ , а также относительной ориентацией нормали к границе раздела, оптической оси кристалла и волнового вектора. Нетрудно убедиться, что в простейшем случае, когда эти три направления лежат в одной плоскости, и в частности если оптическая ось перпендикулярна границе раздела, пограничные волны отсутствуют. Необходимость рассмотрения более общей геометрии и объясняет, по-видимому, тот факт, что, несмотря на длительное и всестороннее исследование отражения и преломления света на границе изотропная среда — кристалл (см., например, [1]), существование локализованных волн на такой границе осталось неизвестным.

Ниже будет изучен случай, когда оптическая ось кристалла параллельна плоскости раздела. Будет показано, что пограничные волны существуют при условии  $\epsilon_{\parallel} > \epsilon > \epsilon_{\perp}$  и что они могут распространяться в некотором интервале углов относительно оси. Границы этого интервала определяются значениями  $\epsilon$ ,  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$ .

2. Пусть граница раздела совпадает с плоскостью  $x=0$ . При  $x>0$  имеется изотропная среда, при  $x<0$  — кристалл, оптическая ось которого параллельна плоскости раздела. Направление фазовой скорости пограничной волны, составляющее с оптической осью угол  $\varphi$ , примем за ось  $z$  (см. рис. 1).

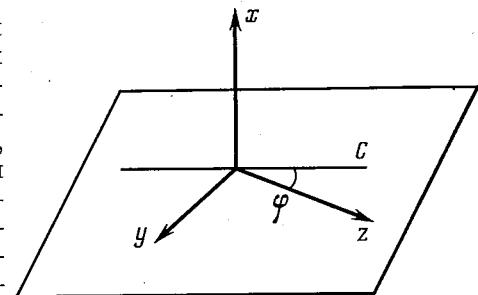


Рис. 1. Система координат. При  $x>0$  — изотропная среда, при  $x<0$  — кристалл;  $C$  — оптическая ось кристалла. Фазовая скорость пограничной волны направлена по оси  $z$ .

Будем искать решение уравнений Максвелла в виде монохроматической волны, распространяющейся вдоль  $z$  с волновым вектором  $\mathbf{q}$  и затухающей по оси  $x$  в обе стороны от границы раздела. В изотропной среде имеются два независимых решения с различной поляризацией и с волновым вектором  $\mathbf{q}_1 = (ik_1, 0, q)$ , где

$$q^2 - k_1^2 = \epsilon. \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем все волновые векторы измеряются в единицах  $\omega/c$ ,  $\omega$  — частота волны,  $c$  — скорость света в вакууме.

Два независимых решения в кристалле — необыкновенная и обыкновенная волны — имеют соответственно волновые векторы  $\mathbf{q}_2 = (-ik_2, 0, q)$  и  $\mathbf{q}_3 = (-ik_3, 0, q)$  и законы дисперсии

$$\frac{q^2 \sin^2 \phi - k_2^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{q^2 \cos^2 \phi}{\epsilon_{\perp}} = 1, \quad (2)$$

$$q^2 - k_3^2 = \epsilon_{\perp}. \quad (3)$$

Составляющие волновых векторов вдоль оси  $x$  выбраны чисто мнимыми, чтобы обеспечить затухание при удалении от границы. Очевидно, необходимо, чтобы величины  $k_1, k_2, k_3$  были положительными.

Решения уравнений Максвелла  $[\mathbf{qE}] = \mathbf{H}$ ,  $[\mathbf{qH}] = -\hat{\epsilon} \mathbf{E}$  при  $x < 0$  имеют следующий вид. Для необыкновенной волны

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (ik_2 q \cos \phi, -\epsilon_{\perp} \sin \phi, (\epsilon_{\perp} - q^2) \cos \phi), \quad \mathbf{H} = (q \epsilon_{\perp} \sin \phi, \\ &\quad ik_2 \epsilon_{\perp} \cos \phi, ik_2 \epsilon_{\perp} \sin \phi). \end{aligned} \quad (4)$$

Для обыкновенной волны

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (q \sin \phi, ik_3 \cos \phi, ik_3 \sin \phi), \\ \mathbf{H} &= (-iqk_3 \cos \phi, \epsilon_{\perp} \sin \phi, k_3^2 \cos \phi). \end{aligned} \quad (5)$$

В области  $x > 0$  два независимых решения выберем в виде  $TM$ - и  $TE$ -волн:

$$TM: \mathbf{E} = (q, 0, -ik_1), \quad \mathbf{H} = (0, \epsilon, 0), \quad (6)$$

$$TE: \mathbf{E} = (0, 1, 0), \quad \mathbf{H} = (-q, 0, ik_1). \quad (7)$$

Составим линейные комбинации решений (4), (5) для  $x < 0$  и решений (6), (7) для  $x > 0$  и потребуем непрерывности тангенциальных составляющих полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на границе раздела. Это приводит к уравнению

$$k_3(k_1+k_3)(\epsilon_{\perp}k_1k_2+\epsilon k_3^2)\cos^2 \phi - \epsilon_{\perp}(k_1+k_2)(\epsilon_{\perp}k_1+\epsilon k_3)\sin^2 \phi = 0. \quad (8)$$

Система уравнений (1)–(3), (8) определяет при заданном угле  $\phi$  четыре неизвестные величины:  $k_1, k_2, k_3, q$ .

3. Используя уравнения (1)–(3), после довольно громоздких алгебраических преобразований можно привести уравнение (8) к более удобному виду:

$$(k_1+k_2)(k_1+k_3)(\epsilon k_3+\epsilon_{\perp}k_2)=(\epsilon_{\parallel}-\epsilon)(\epsilon-\epsilon_{\perp})k_3. \quad (9)$$

Отсюда ясно, что для существования решений с  $k_1, k_2, k_3 > 0$ , отвечающих локализованной у границы волне, необходимо выполнение одного из неравенств:  $\epsilon_{\parallel} > \epsilon > \epsilon_{\perp}$  либо  $\epsilon_{\perp} > \epsilon > \epsilon_{\parallel}$ . Однако в последнем случае, как можно убедиться, уравнения (1)–(3), (9) решений не имеют. Действительно, из (8) следует, что при  $\phi=0$  и  $\phi=\pi/2$  решения с  $k_1, k_2, k_3 > 0$  нет. Следовательно, оно может существовать лишь в некотором интервале углов  $\phi$ . Тогда на границах этого интервала одна из величин  $k_1, k_2, k_3$  должна обращаться в нуль, а две другие должны быть положительны. Если  $k_3=0$ , то условия  $k_1 > 0, k_2 > 0$  как видно из (9), невыполнимы. Если же  $k_1=0$

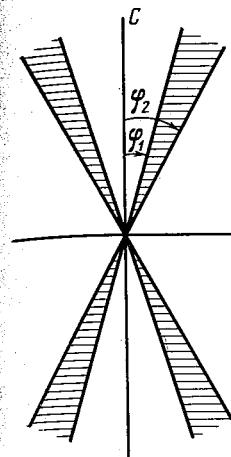


Рис. 2

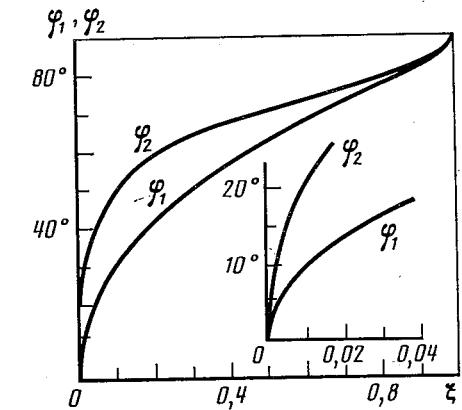


Рис. 3

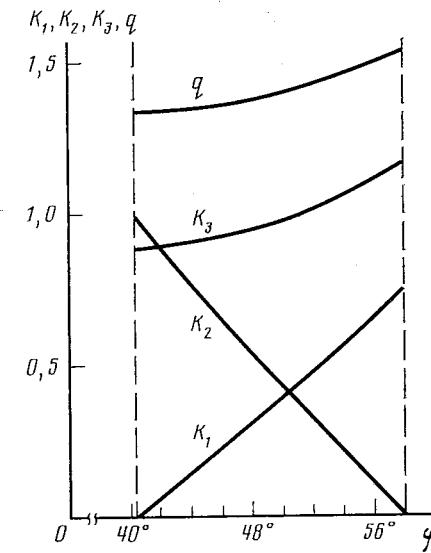


Рис. 4

Рис. 2. Интервал углов (заштрихован) относительно оптической оси  $C$ , в которой может лежать направление фазовой скорости пограничной волны. Границы интервала  $\phi_1$  и  $\phi_2$  определяются формулами (10), (11)

Рис. 3. Зависимость углов  $\phi_1$  и  $\phi_2$  от  $\xi = (\epsilon - \epsilon_{\perp}) / (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp})$ , рассчитанная при  $\epsilon_{\parallel} = 5\epsilon_{\perp}$ . На вставке — область малых значений  $\xi$

Рис. 4. Зависимости величин  $k_1, k_2, k_3, q$  от угла  $\phi$ , рассчитанные при  $\epsilon_{\parallel} = 5, \epsilon = 1.8, \epsilon_{\perp} = 1$

или  $k_2 = 0$ , то при  $\epsilon_{\perp} > \epsilon > \epsilon_{\parallel}$  в обоих случаях  $k_3^2 < 0$ , что следует из уравнений (1)–(3). Таким образом, следует рассматривать лишь случай  $\epsilon > \epsilon > \epsilon_{\perp}$ .

Определим границы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  интервала углов  $\phi$ , в котором могут распространяться пограничные волны. Значения  $\phi_1$  и  $\phi_2$  определяются соответственно из условий  $k_1=0$  и  $k_2=0$ . Из уравнений (1)–(3), (9) находим

$$\sin^2 \phi_1 = \frac{\xi}{2} \{1 - \eta \xi + [(1 - \eta \xi)^2 + 4\eta]^{\frac{1}{2}}\}, \quad (10)$$

$$\sin^2 \phi_2 = \frac{(1 + \eta)^3 \xi}{(1 + \eta)^2 (1 + \eta \xi) - \eta^2 (1 - \xi)^2}, \quad (11)$$

где введены обозначения

$$\eta = \epsilon_{\parallel}/\epsilon_{\perp} - 1, \quad \xi = (\epsilon - \epsilon_{\perp})/(\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}). \quad (12)$$

В рассматриваемом случае  $\eta > 0, 0 < \xi < 1$ . При этом, как можно показать,  $\sin^2 \phi_2 > \sin^2 \phi_1$ . Если рассматривать область  $0 < \phi < \pi/2$ , то пограничные волны существуют при  $\phi_1 < \phi < \phi_2$  (см. рис. 2). При  $\phi = \phi_1$  погранич-

ная волна превращается в плоскую волну в изотропной среде, при  $\varphi = \varphi_2$  — в необыкновенную волну в кристалле. На границах интервала  $(\varphi_1, \varphi_2)$  фазовая скорость пограничной волны совпадает с фазовой скоростью соответствующей объемной волны. Внутри же этого интервала фазовая скорость пограничной волны, очевидно, меньше фазовых скоростей всех объемных волн (распространяющихся под тем же углом  $\varphi$ ). На рис. 3 представлены зависимости углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  от величины  $\xi$ , рассчитанные по формулам (10), (11) при  $\eta=4$ .

Отметим, что  $\varphi$ , по определению, есть угол между направлением фазовой скорости пограничной волны и оптической осью кристалла. Направление ее групповой скорости, вообще говоря, не совпадает с направлением фазовой скорости (как и для объемных волн в анизотропной среде). Оно может быть найдено, если известна зависимость  $q(\varphi)$ .

На рис. 4 представлена зависимость величин  $k_1, k_2, k_3, q$  от угла  $\varphi$ , полученная путем численного решения уравнений (1)–(3), (9) при  $\varepsilon_{\parallel}=5$ ,  $\varepsilon_{\perp}=1.8$ ,  $\varepsilon_{\perp}=1$  ( $\eta=4, \xi=0.2$ ).

4. Для реальных кристаллов различие между  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  обычно мало, т. е.  $\eta \ll 1$ . В этом случае уравнения (1)–(3), (9) можно решить аналитически. При выполнении необходимого неравенства  $\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon > \varepsilon_{\perp}$  изотропная среда и кристалл слабо различаются по своим оптическим свойствам. Поэтому заранее ясно, что при  $\eta \ll 1$  пограничные волны должны иметь фазовую скорость, близкую к фазовым скоростям объемных волн, а длины затухания в обеих средах должны быть велики по сравнению с длиной волны. Ниже будет показано также, что интервал углов  $\varphi$ , в котором могут распространяться пограничные волны, очень мал.

Из уравнения (9) следует, что если  $\eta \ll 1$ , то  $k_1, k_2 \ll k_3$ . Учитывая это, из (9) получаем

$$\varepsilon k_3(k_1+k_2)=(\varepsilon_{\parallel}-\varepsilon)(\varepsilon-\varepsilon_{\perp}), \quad (13)$$

а из уравнений (1)–(3) находим соотношения

$$k_3=(\varepsilon-\varepsilon_{\perp})^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

$$k_1^2-k_2^2=2\varepsilon\eta\alpha\xi^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Здесь введен угол  $\alpha \ll 1$  по формуле  $\alpha=\varphi-\varphi_0$ , где с точностью до членов порядка  $\eta$

$$\sin^2 \varphi_0 = \xi. \quad (16)$$

Решая уравнения (13)–(15), окончательно находим

$$k_1=\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\delta/2+\alpha}{\eta^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}}}, \quad k_2=\varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\delta/2-\alpha}{\eta^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}}}, \quad k_3=(\varepsilon\eta\xi)^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

Величина

$$\delta=\eta^2\xi^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

представляет собой ширину интервала углов, в котором может лежать направление фазовой скорости пограничной волны. Середина этого интервала (угол  $\varphi_0$ ) определяется формулой (16). Формулы (16), (18) можно также получить непосредственно, разлагая выражения (10), (11) в ряд по  $\eta$  с точностью до квадратичных членов. Тогда получим  $\varphi_2-\varphi_1=\delta$ ,  $(\varphi_1+\varphi_2)/2=\varphi_0$ .

Таким образом, величины  $k_1$  и  $k_2$  обращаются в нуль соответственно при  $\alpha=-\delta/2$  и  $\alpha=\delta/2$ , а их максимальные значения имеют порядок  $\eta^{\frac{1}{2}}$ . В то же время  $k_3 \sim \eta^{\frac{1}{2}} \gg k_1, k_2$ .

Закон дисперсии пограничной волны легко найти с помощью (1), (17). Переходя к размерным единицам, получаем

$$\omega = \frac{qc}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}} F(\alpha), \quad F(\alpha)=1-\frac{1}{2} \frac{(\delta/2+\alpha)^2}{\eta(1-\xi)}. \quad (19)$$

Напомним, что  $\alpha$  есть угол между направлением фазовой скорости и оптической осью, отсчитанный от значения  $\varphi_0$ .

Определим теперь интервал углов, в котором может находиться направление групповой скорости. Угол  $\psi$  между этим направлением и оптической осью представим в виде  $\psi=\varphi_0+\beta$ , где  $\beta \ll 1$ . Тогда

$$\cos(\alpha-\beta)=\frac{\mathbf{q}(\partial\omega/\partial\mathbf{q})}{q|\partial\omega/\partial\mathbf{q}|}=\frac{F}{[F^2+(\partial F/\partial\alpha)^2]^{\frac{1}{2}}}. \quad (20)$$

Отсюда с помощью (19) легко получить

$$\alpha-\beta=\frac{\alpha+\delta/2}{\eta(1-\xi)}. \quad (21)$$

Изменению угла  $\alpha$  в допустимых пределах  $-\delta/2 < \alpha < \delta/2$  соответствует изменение угла  $\psi$  в интервале шириной

$$\Delta=\eta\xi^{\frac{1}{2}}(1-\xi)^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

Центр этого интервала с точностью до малых членов по-прежнему определяется углом  $\varphi_0$ . Из сравнения формул (18) и (22) видно, что интервал возможных направлений для групповой скорости существенно шире, чем для фазовой.

Поляризацию пограничных волн можно определить, если найти коэффициенты в исходной линейной комбинации решений (6), (7). Нетрудно убедиться, что при  $\eta \ll 1$  волна почти поперечна, причем вектор  $\mathbf{E}$  практически параллелен плоскости раздела:  $iE_x/E_y \sim \eta^{\frac{1}{2}}$ ,  $E_z/E_y \sim \eta^2$ .

В настоящей работе наличие пограничных волн, обусловленных различной анизотропией двух сред, продемонстрировано для сравнительно простой ситуации. Очевидно, что должно существовать большое разнообразие волн такого типа в более сложных случаях (оптическая ось не параллельна границе раздела, двухосные кристаллы, гиротропные среды и др.). Отметим также, что с пограничными волнами должны быть связаны специфические особенности в угловой зависимости коэффициента отражения.

#### Литература

1. Федоров Ф. И., Филиппов В. В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. Минск: Наука и техника, 1976.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
11.XI.1987

#### NOVEL TYPE OF BOUNDARY ELECTROMAGNETIC WAVES

M. I. Dyakonov

A novel type of electromagnetic wave localized near the interface between two transparent media is predicted. The existence of these boundary waves is due to the difference in anisotropy of the two media. Waves at the interface between an isotropic medium with a dielectric constant  $\varepsilon$  and an uniaxial crystal characterized by  $\varepsilon_{\parallel}$  and  $\varepsilon_{\perp}$  are considered for the case when the crystal optical axis is parallel to the interface. It is shown that the boundary waves exist provided that  $\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon > \varepsilon_{\perp}$  and their direction of propagation is confined to a certain range of angles with respect of the optical axis.