

1950

ерепневу за предоставление
и помощь в работе.
руководством В. В. Анто-
сит искреннюю благодар-

Поступила в редакцию
26 марта 1950 г.

К ТЕОРИИ ЖИДКОГО Не³

И. Померанчук

В § 1 определяется зависимость от температуры теплоемкости, вязкости и теплопроводности Не³. В § 2 выясняется влияние обменных эффектов, вызванных ядерным спином атомов Не³, на фазовый переход жидкого Не³ в твердое состояние. Темплота плавления Не³ при низких температурах должна быть отрицательна и равна $-R \ln 2$. Указывается на принципиальную возможность получить температуры порядка 10^{-6} — 10^{-7} ° при адиабатическом затвердевании жидкого Не³. Выясняются некоторые особенности ядерной магнитной восприимчивости.

1. Теплоемкость, вязкость и теплопроводность жидкого Не³

В последнее время было установлено, что жидкий Не³ в отличие от жидкого Не⁴ не обладает сверхтекучестью вплоть до температуры в 1,05°К [1]. Этот результат делает вероятным отсутствие сверхтекучести у Не³ при любых температурах. В случае Не⁴ сверхтекучести способствует статистика Бозе — Эйнштейна [2]. Если же рассматривать достаточно разреженный газ, подчиняющийся статистике Ферми — Дирака, то методами теории возмущений можно выяснить влияние взаимодействия атомов на свойства такого газа. Теория возмущения оказывается применимой при достаточно малых плотностях газа и в случае короткодействующих сил. Такие расчеты не показывают никакой сверхтекучести. В аналогичных условиях бозе-газ обнаруживает в некоторых случаях сверхтекучесть [2]. Таким образом есть основания считать жидкий Не³ не сверхтекучим. Энергия возбужденных состояний Не³ при малых энергиях возбуждения представляет собой сумму энергий элементарных возбуждений „квази-частиц“ [3]. Естественно считать, что эти возбуждения подчиняются статистике Ферми — Дирака, так как при этом такие возбуждения всей системы непрерывным образом переходят в возбужденные состояния в смысле поступательного движения отдельных атомов Не³, когда происходит переход от жидкости к газу. К такому же рассмотрению возбуждений в жидком Не³ приводят свойства возбуждений проводящих электронов в металлах. Как известно, электронная теплоемкость металлов и ряд других их свойств соответствуют статистике Ферми — Дирака для возбуждений. (Существование сверхпроводимости связано с какими-то малыми эффектами, не учтываемыми в грубой модели Ферми — Дирака. Малость этих эффектов проявляется в малости температур, при которых возникает сверхпроводимость, по сравнению с „естественными“ электронными температурами, имеющими порядок величины температуры вырождения электронов.)

Известен случай [4], когда возбуждения системы взаимодействующих электронов подчиняются статистике Бозе. Этот случай соответствует состояниям, мало отличающимися от „нулевого“ состояния, в котором все спины электронов ориентированы в одну сторону. Такое „нулевое“ состояние является „особой точкой“, и поэтому возбуждения вблизи такого состояния также обладают исключительными свойствами. В случае жидкого Не³, так же как и в случае неферромагнитных металлов в несверхпроводящем состоянии, наименее

„нулевое“ состояние характеризуется только наименьшей энергией и больше ничем. (В ферромагнитном случае оно характеризуется еще большим магнитным моментом.) Так как длина волны атомов He^3 — порядка расстояния между ними, то взаимодействие между атомами He^3 зависит от взаимной ориентации ядерных спинов (у He^3 ядерный спин равен $1/2$) [5]. Таким образом в жидким He^3 существенную роль играют обменные эффекты, связанные с обменом двух атомов He^3 . Легко показать, что эти обменные эффекты, повидимому, приводят к преимущественной антипараллельной ориентации соседних ядерных спинов, так что жидкий He^3 не является ядерным ферромагнетиком, а представляет собой пример ядерного обменного парамагнетика, аналогичного электронному обменному парамагнетику типа твердого кислорода. В самом деле, в случае двух атомов He^3 , имеющих параллельные спины, координатная часть волновой функции должна быть антисимметричной по отношению к перестановке двух атомов. Поэтому она не может включать S функцию. В этих условиях вероятность малых расстояний между атомами He^3 весьма невелика по сравнению с тем случаем, когда координатная часть волновой функции двух атомов может включать S функцию, т. е. когда спины антипараллельны. Если учесть быстрое убывание величины отрицательной энергии притяжения двух атомов He^3 с возрастанием расстояний между ними, то мы приходим к выводу, что энергия двух атомов He^3 будет меньше в том случае, когда они могут поближе подойти друг к другу, т. е. в случае антипараллельных ориентаций соседних спинов. При этом рассматриваются хотя и малые расстояния между атомами, но все же большие, чем r_0 , где r_0 — расстояние, при котором наступает интенсивное отталкивание. Это ограничение хорошо выполнено в жидким He^3 , так как среднее расстояние между атомами в несколько раз больше, чем r_0 . Именно поэтому существует жидкий He^3 , в котором атомы в среднем притягиваются друг к другу. Таким образом нет оснований считать жидкий He^3 ядерным ферромагнетиком. Поэтому также можно считать, что вблизи нулевого состояния He^3 статистика возбуждений совпадает со статистикой атомов.

Пользуясь распределением Ферми — Дирака для возбужденных состояний, можно легко вывести ряд заключений о некоторых свойствах жидкого He^3 . Поверхность Ферми в рассматриваемом случае представляется собой сферу радиуса p_0 , где p_0 по порядку величины равно $(3\pi^2)^{1/3} \hbar N^{1/3}$, N — число атомов в 1 см^3 (при этом было учтено, что ядерный спин He^3 равен $1/2$). При температурах, малых по сравнению с температурой вырождения, возбуждения будут иметь импульсы, по величине близкие к p_0 . Разлагая энергию возбуждений ε в ряд по степеням $p - p_0$, получаем

$$\varepsilon = v |p - p_0|. \quad (1)$$

Так как при температуре T главную роль играют возбуждения, у которых $\varepsilon \sim T$, а число таких возбуждений (в 1 см^3) равно $p_0^2 \Delta p / \pi^2 \hbar^3 \sim p_0^2 \varepsilon / \hbar^3 v \sim p_0^2 T / \hbar^3 v$, то энергия 1 см^3 He^3 зависит от температуры следующим образом:

$$u = u_0 + 1/2 a T^2, \quad (2)$$

$$a = \gamma p_0^2 / \hbar^3 v, \quad \gamma \sim \pi^{-2}. \quad (3)$$

(1) и (2) справедливы при температурах, достаточно малых по сравнению с температурой вырождения возбуждений T_0 . По порядку величины T_0 равно

$$T_0 \sim p_0^2 / 2m \sim (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 N^{2/3} / 2m \sim 5^\circ.$$

Согласно
рату

Этот
провер
устано
ракте
возбу
столк
по по

Так ка
При к
щиеся
Это ум
вероят
ных сс

k — им
ного у
При ин
темпер
двух в

σ_0 имеет
Комбинир
ния 1:

— резуль
электрон
с другом
Найде
новить з
все кине
газа воз
(1) — (8). Т

Вязкость
температу
С помес

Теплопров
ной абсолю
Формул
ной прове
что при въ
ного газа в

занимшей энергией и оно характеризуется длиной волны атомов взаимодействие между ция ядерных спинов образом в жидким Не³. Связанные с обменомые эффекты, повидимо-ной ориентации соседствует ядерным феррного обменного параметру парамагнетику типа двух атомов Не³, имею- волновой функции к перестановке двух кцию. В этих условиях Не³ весьма невелика атная часть волновой цию, т. е. когда спины величины отрицатель- зрастанием расстояний энергия двух атомов ут поближе подойти ориентаций соседних я расстояния между расстояние, при кото- ограничение хорошо гояние между атомами и существует жидкий друг к другу. Таким образом ферромагнетиком. яевого состояния Не³ ой атомов.

для возбужденных со- некоторых свойствах ваемом случае пред- ядку величины равно ом было учтено, что малых по сравнению могут иметь импульсы, буждений ε в ряд по

(1)

т возбуждения, у кото- м³) равно $p_0^2 \Delta p / \pi^2 \hbar^3 \sim$ исит от температуры

(2)

(3)

очно малых по сравне- T_0 . По порядку ве-

5°.

Согласно (2) теплоемкость Не³ оказывается пропорциональной температуре:

$$c = aT \quad (T \ll T_0). \quad (4)$$

Этот вывод дает возможность непосредственной экспериментальной проверки фермиевского характера энергетического спектра. Легко установить зависимость от температуры некоторых кинетических характеристик Не³. Для этого определим длину свободного пробега возбуждений. Конечность свободного пробега возбуждений вызвана столкновениями их друг с другом. Количество возбуждений в 1 см³ по порядку величины равно

$$n \sim p_0^2 \Delta p / \hbar^3 \sim p_0^2 T / \hbar^3 v \sim NT / T_0 \ll N. \quad (5)$$

Так как $n \ll N$, то наиболее вероятными будут парные столкновения. При каждом столкновении двух возбуждений оба состояния, получающиеся после столкновений, должны иметь импульсы, близкие к p_0 . Это уменьшает эффективное сечение такого столкновения, так как вероятность столкновения пропорциональна числу возможных конечных состояний. Число состояний после столкновения равно

$$\frac{dk\Omega}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{k^2 dk dO}{(2\pi\hbar)^3} \Omega = \frac{p_0^2 d\varepsilon dO\Omega}{(2\pi\hbar)^3 v}; \quad (6)$$

k — импульс одной из частиц после столкновения, dO — элемент телесного угла, характеризующего направление распространения частицы. При интегрировании по $d\varepsilon dO$ возникает множитель, пропорциональный температуре. Таким образом эффективное сечение σ для столкновения двух возбуждений оказывается порядка

$$\sigma = \sigma_0 \frac{T}{T_0}. \quad (7)$$

σ_0 имеет порядок величины газо-кинетического сечения (10^{-15} см²). Комбинируя (5) и (7), находим длину свободного пробега возбуждения l :

$$l \sim \frac{1}{N\sigma_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2, \quad (8)$$

— результат, полученный ранее при рассмотрении свободного пробега электронов в металлах, обязанного взаимодействию электронов друг с другом [6,7] (см. также [8]).

Найденная длина свободного пробега дает возможность установить зависимость вязкости жидкого Не³ от температуры, так как все кинетические свойства Не³ могут быть найдены при рассмотрении газа возбуждений со свойствами, описываемыми соотношениями (1)–(8). Так как $\eta = Nmlv$, то подставляя сюда (8), находим

$$\eta = Nm \frac{1}{N\sigma_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 v = \frac{A}{T^2}. \quad (9)$$

Вязкость жидкого Не³ должна быть обратно пропорциональна квадрату температуры при $T \ll T_0$.

С помощью (8) и (4) получаем теплопроводность жидкого Не³:

$$\kappa = clv = B/T. \quad (10)$$

Теплопроводность жидкого Не³ должна быть обратно пропорциональной абсолютной температуре при $T \ll T_0$.

Формулы (4), (9) и (10) дают возможность полной экспериментальной проверки излагаемой теории. Следует при этом еще раз отметить, что при выводе (4), (9) и (10) мы не пользовались моделью идеального газа в применении к атомам Не³.

2. Влияние обмененных эффектов в жидким Не³ на фазовый переход жидкого Не³ в твердый Не³

Хотя пока еще твердый Не³ не получен, тем не менее вряд ли могут быть сомнения в том, что под давлением того же порядка, что и в случае Не⁴, жидкий Не³ будет затвердевать. Причина, вызывающая затвердевание под большим давлением, заключается в том, что по мере уменьшения объема (под действием приложенного давления) уменьшается отношение амплитуды нулевых колебаний к расстоянию между атомами. Если при малых давлениях (больших объемах) это отношение в случае жидкого Не⁴ и Не³ оказывается порядка единицы (что препятствует затвердеванию), то с уменьшением объема это отношение становится меньшим, чем единица, и таким образом образование кристаллов становится возможным. Для доказательства только что изложенных соображений¹ сравним амплитуду нулевых колебаний $\sqrt{\hbar/m\omega}$ и расстояние между атомами b . Под ω следует понимать некоторую среднюю частоту, связанную с потенциальной энергией взаимодействия двух атомов следующим образом:

$$m\omega^2 \approx (d^2u/dr^2)_{r=b}.$$

Полагая $u = \alpha/r^n$, где $n \sim 6 - 8$ [9], получаем

$$\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \frac{1}{b} \sim \left(\frac{\hbar}{m V^\alpha} \right)^{1/4} b^{(n-2)/4} \xrightarrow[b \rightarrow 0]{} 0,$$

ввиду того, что $n \gg 2$.

Легко показать, что фазовый переход: жидкий Не³ — твердый Не³, должен обнаружить некоторые своеобразные особенности, вызванные обменными эффектами атомов Не³ в жидком состоянии. Для разъяснения этих особенностей сравним энтропию S жидкой и твердой фаз у Не³. В жидком состоянии S стремится к нулю при падении температуры до нуля. Если справедливо распределение Ферми — Дирака для возбуждений, то S должно быть пропорционально T [10]. Следует, однако, отметить, что для дальнейшего не существенно, какой функцией T является S в жидкой фазе. Единственно важным является падение S с понижением T . Важно подчеркнуть, что при этом падает и та часть S , которая вызвана ядерными спинами. При отсутствии обменных эффектов, обязанных ядерному спину, спины ядер могли бы свободно ориентироваться в пространстве вплоть до температур, настолько низких, что уже существенным оказалось бы магнитное взаимодействие ядерных спинов друг с другом. Эти температуры T_m по порядку величины равны

$$T_m \sim \frac{\mu^2}{kb^3} \sim 10^{-7} \text{°}, \quad \mu \sim 10^{-23}. \quad (11)$$

Таким образом при отсутствии обменных эффектов при $T \gg T_m$ в S входила бы часть, равная $R \ln 2$ (на один грамматон). Обменные эффекты приводят к появлению корреляции между ориентациями спинов соседних ядер Не³ уже при температурах порядка градусов, т. е. порядка „естественнных“ гелиевых температур. Этот вывод следует из того, что различие в энергии взаимодействия двух атомов Не³ в случае параллельной и антипараллельной ориентации спинов имеет тот же порядок, что и сама энергия взаимодействия (см. § 1). При этом несущественно, является ли Не³ жидким обменным ядерным параметром

¹ Высказанных Л. Д. Ландау.

жидким He^3 на фазовый переход He^3

и, тем не менее вряд лиением того же порядка, что вать. Причина, вызывающая колебания в том, что по приложенного давления) их колебаний к расстоянию ях (больших объемах) это оказывается порядка единицы меньшением объема это от а, и таким образом образо- Для доказательства только-литуду нулевых колебаний ω следует понимать не с потенциальной энергией образом:

ем

$$\frac{\partial \mu}{\partial T} \rightarrow 0, \\ \rightarrow 0,$$

жидкий He^3 — твердый He^3 , — особенности, вызванные состоянием. Для разъяснения S жидкой и твердой фаз к нулю при падении температуры деление Ферми — Дирака для пропорционально T [10]. Следует, существенно, какой функционствует важным является скрутить, что при этом падает спины. При отсутствии спину, спины ядер могли бы вплоть до температур, оказывалось бы магнитное полем. Эти температуры T_m

$$(11)$$

$\mu \sim 10^{-23}$.
ых эффектов при $T \gg T_m$ в S (амматом). Обменные эффекты у ориентациями спинов соседних ядер градусов, т. е. порядка θ вывод следует из того, что двух атомов He^3 в случае градусов имеет тот же градус (см. § 1). При этом неизменным ядерным парамагн-

тиком, или ферромагнетиком. Характер корреляции в этих двух случаях различен, но само существование корреляции должно наступать в каждом из этих случаев при $T \leq 1^\circ$. Отсюда следует падение части S , вызванной ядерными спинами, до значений, меньших, чем $R \ln 2$, уже при $T \leq 1^\circ$. Так как энтропия, не связанная с ядерным спином, также падает, то уже при $T \leq 1^\circ$ вся энтропия жидкого He^3 должна упасть до значений, меньших, чем $R \ln 2$. Сравним теперь эту энтропию с энтропией твердого He^3 . Существование кристаллической решетки, в которой амплитуда нулевых колебаний значительно меньше, чем расстояние между атомами, приводит либо к исчезновению эффектов, связанных с обменом двух атомов, либо к их значительному уменьшению. Поэтому в твердом He^3 ядерные спины должны свободно ориентироваться вплоть до $T \sim T_m$. Следовательно, энтропия твердого He^3 имеет часть, равную $R \ln 2$, если $T \gg 10^{-7}^\circ$. Так как часть S , обязанная колебаниям, пропорциональна T^3 и по порядку величины равна $\frac{12}{5} \pi^4 R (T/\Theta)^3$, $\Theta \geq 30^\circ$ ², то вся энтропия твердого He^3 при $T \leq 1^\circ$ оказывается постоянной, равной $R \ln 2$. Только при $T \leq T_m$ магнитное взаимодействие ядерных спинов в кристалле быстро уменьшает S до нуля при $T \ll T_m$. Примерная зависимость S от T в двух фазах He^3 изображена на рис. 1. Заметим, что $T_1 \sim 1^\circ$. Мы видим, что при температурах T таких, что

$$10^{-7}^\circ \sim T_m \ll T \ll T_1 \sim 1^\circ,$$

энтропия твердого He^3 оказывается большей, чем у жидкой фазы, т. е. осуществляется соотношение, обратное обычному. Поэтому при изотермическом переходе твердого He^3 в жидкую He^3 тепло должно не поглощаться, а выделяться и, наоборот, при изотермическом затвердевании должно поглощаться тепло. Мы имеем здесь отрицательную теплоту плавления Q , величина которой при $T_m \ll T \ll T_1$ равна

$$Q = T(S_{\text{ж}} - S_{\text{т}}) = -RT \ln 2. \quad (12)$$

При этих же температурах получается своеобразная зависимость давления, при котором происходит фазовый переход от температуры. Согласно соотношению Клаузиуса — Клапейрона:

$$dp/dT = (S_{\text{т}} - S_{\text{ж}})/(v_{\text{т}} - v_{\text{ж}})$$

(т относится к твердой фазе, ж — к жидкой), имеем

$$dp/dT = R \ln 2 / (v_{\text{т}} - v_{\text{ж}}) = -R \ln 2 / (v_{\text{ж}} - v_{\text{т}}) < 0. \quad (13)$$

При этом считается, что жидкость имеет объем, больший, чем у кристалла.

Начиная с некоторых температур порядка градусов $S_{\text{ж}}$ будет больше, чем $S_{\text{т}}$. Поэтому p как функция T имеет вид, изображенный на рис. 2. Существование прямолинейного участка с отрицательным наклоном при малых температурах качественно отличает He^3 от He^4 , в котором зависимость p от T имеет совершенно иной характер [12] (рис. 3).

Отметим, что при $T \ll T_m$, $S_{\text{т}}$ стремится к нулю ввиду наступления корреляции между спинами в кристалле. При этом dp/dT стремится

² Θ у жидкого He^4 равна 30° [11], у твердого He^3 Θ должна быть того же порядка величины.

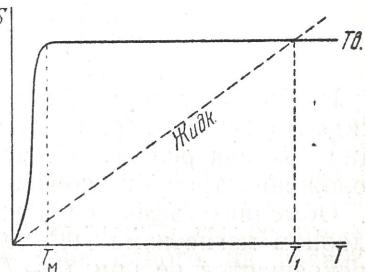


Рис. 1

к нулю. Если рассматривать адиабатическое затвердевание He^3 , то, как видно из рис. 1, открывается принципиальная возможность получения твердого He^3 при экстремально низких температурах порядка 10^{-6} — 10^{-7} °К. Для этого необходимо адиабатически сжать жидкый He^3 , имеющий температуру, меньшую T_1 , до давлений, при которых наступает затвердевание.

Условие равенства энтропии в твердом и жидким состоянии приведет к тому, что температура кристалла получится порядка T_M (переход совершается вдоль пунктирной линии на рис. 1).

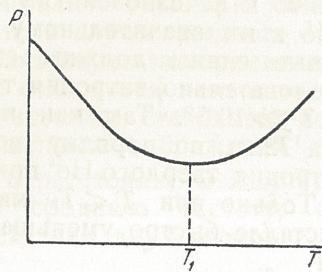


Рис. 2

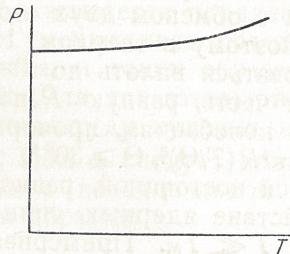


Рис. 3

Применение термодинамических соотношений к фазовому переходу жидкого He^3 в твердое состояние предполагает, что все соответствующие времена релаксации малы. Выяснение выполнимости этого предположения требует особого рассмотрения.

Обменные эффекты в жидком He^3 должны сказаться также на ядерном магнетизме He^3 , так как свободная ориентация спинов ядер прекращается не при $T \sim T_M$, как у почти всех тел (исключая соединения типа орто- или параводорода), а при $T \sim 1^\circ$. Начиная с этих температур ядерный магнитный момент жидкого He^3 во внешнем магнитном поле не должен быть обратно пропорционален температуре [18], а должен зависеть от температуры так же, как зависит от температуры восприимчивость обменных электронных парамагнетиков типа твердого кислорода. В модели жидкого He^3 , рассмотренной в § 1, ядерная магнитная восприимчивость He^3 не должна зависеть от температуры при $T \lesssim 1^\circ$.

В заключение я хотел бы поблагодарить акад. Л. Д. Ландау за важные указания и постоянное внимание к работе. Выражаю также благодарность Б. В. Владимирскому за интересную дискуссию по поводу этой работы.

Поступила в редакцию
22 марта 1950 г.

Литература

- [1] D. Osborn, B. Weinstock, C. A. Graham. Phys. Rev., **75**, 988, 1949.—
- [2] Н. Н. Боголюбов. Изв. АН СССР, сер. физ., **11**, 67, 1947.—[3] Л. Ландау. Journ. of Phys., **5**, 71, 1941.—[4] F. Bloch. ZS. f. Phys., **61**, 206, 1930.—[5] Н. Адерсон. Phys. Rev., **76**, 1460, 1949.—[6] Л. Ландау и И. Померанчук. ЖЭТФ, **7**, 379, 1937.—[7] W. G. Вавег. Proc. Roy. Soc. A, **158**, 383, 1937.—[8] S. Топонага. ZS. f. Phys., **110**, 573, 1938.—[9] М. Борни и М. Гепперт-Майер. Теория твердого тела, ОНТИ, 1938.—[10] Л. Бриллюэн. Квантовая статистика, ГНТИУ, 1934.—[11] В. Кеезом. Гелий, ИИЛ, стр. 393, 1949.—[12] В. Кеезом. Гелий, ИИЛ, стр. 233, 1949.—[13] F. Bloch. Phys. Rev., **70**, 460, 1946.