Задача. Найдите одномерное локализованное состояние (спектр и волновую функцию) в двумерной электронной системе, описываемой Гамильтонианом

$$\hat{H} = v\left(\hat{p}_x\hat{\sigma}_y - \hat{p}_y\hat{\sigma}_x\right) + \Delta(x)\hat{\sigma}_z, \tag{1}$$

в котором $\hat{p}_x = -i\frac{\partial}{\partial x}$ и $\hat{p}_y = -i\frac{\partial}{\partial y}$,

$$\Delta(x) = \Delta\mathrm{sign}(x), \tag{2}$$

есть знак, подразумевая, что $\frac{d}{dx}\mathrm{sign}(x) = \delta(x)$, есть дельта-функция, а $[\mathrm{sign}(x)]^2 = 1$. Операторы $\hat{\sigma}_{x/y/z}$ есть матрицы Паули. Это простейшая модель изолятора Черна.

Проделайте всё тоже самое в системе, описываемой Гамильтонианом 4×4,

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \Delta(x) & v\hat{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\hat{\mathbf{p}} \\ v\hat{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\hat{\mathbf{p}} & -\Delta(x) \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где опять $\Delta(x) = \Delta\mathrm{sign}(x)$, а импульс трёхмерный. Найдите решение, описывающее двумерный электронный газ в точке $x = 0$. Это модель топологического изолятора.

Вопрос 1. Почему важна спин-импульсная свзяь для ненулевой кривизны Берри в импульсном пространстве? Определение кривизны Берри в импульсном пространстве в двумерном случае.

Вопрос 2. Как меняются полуклассические уравнения движения при учёте кривизны Берри в импульсном пространстве?