

Министерство общего и профессионального образования  
Российской Федерации  
Московский физико-технический институт  
(Государственный Университет)

Бакалаврская работа

**Неравновесный электрон в  
одномерной неупорядоченной  
цепочке.**

Студент 428 гр. Пикулин Д.И.

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. Иоселевич А.С.

Москва, 2008г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
1.1	Линейный режим. Конечная температура . . . . .	2
1.2	Нелинейный режим. Низкая температура . . . . .	2
1.3	Модель . . . . .	3
1.3.1	Переходы между локализованными состояниями . . .	3
1.3.2	Излучение фононов. Гамильтониан . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Вычисление эффективного матричного элемента перехода электрона между удаленными узлами с излучением фонона</b>	<b>5</b>
2.1	Функции Грина для случая локализованных состояний . . .	5
2.2	Учет излучения фононов для вычисления эффективного матричного элемента . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Кинетическое уравнение. Обсуждение</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Случай <math>L \ll L_0</math></b>	<b>10</b>
4.1	Центральная часть распределения . . . . .	11
4.2	"Хвосты" распределения . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Случай <math>L \gg L_0</math></b>	<b>13</b>

# 1 Введение

Предмет рассмотрения настоящей работы - нелинейные эффекты в вольт-амперной характеристике одномерной неупорядоченной проволоки при низких температурах. Эти эффекты связаны с возможностью сбоя фазы и частичного ослабления локализации за счет излучения фононов неравновесными электронами.

## 1.1 Линейный режим. Конечная температура

Рассмотрим сначала линейный участок вольт-амперной характеристики одномерного проводника при конечной температуре. В этом случае, как хорошо известно (см., например, [1]), электрон, движущийся по проволоке, обменивается энергией с тепловым резервуаром: возможны как процессы поглощения, так и процессы излучения фононов. За счет них происходит сбой фазы электрона за время  $\tau_\varphi$ , которому соответствует длина  $L_\varphi$ .

Если длина рассматриваемой проволоки  $L < L_\varphi$ , то сбой фазы на ней не происходит, и электрон вынужден протуннелировать через нее напрямую, а вероятность этого процесса убывает экспоненциально с ростом  $L$ . Соответственно, и ее кондактанс будет зависеть от  $L$  таким же образом. Если же выполняется обратное условие, то есть, длина цепочки по крайней мере в несколько раз больше  $L_\varphi$ , то цепочку можно разбить на участки порядка  $L_\varphi$ , и, так как на них происходит сбой фазы, проход электроном каждого такого отрезка независим от остальных и сопротивления их складываются.

Таким образом, в линейном режиме и при конечной температуре сопротивление растет с длиной сначала экспоненциально, а потом выходит на линейный рост на длинах порядка  $L_\varphi$ . При очень низкой температуре  $L_\varphi$  очень велико, и уже очень длинные проволоки могут быть меньше длины сбоя фазы.

## 1.2 Нелинейный режим. Низкая температура

Если температура настолько низка, что не происходит термического сбоя фазы на всей длине цепочки, этот сбой может возникнуть, если мы к системе приложим достаточно большое напряжение, выводящее ее из линейного режима.

Такой переход в неравновесный режим может происходить из-за излучения фононов электронами, проходящими через цепочку. В этом случае локализация тоже будет сколько-то подавлена. Весь вопрос в том -

насколько. Нелинейный механизм отличается от температурного, потому что у электрона есть некоторый начальный запас энергии, который он может расходовать на излучение и который не может быть пополнен поглощением из теплового резервуара.

Этот случай и является предметом рассмотрения настоящей работы. Мы получили, что в случае относительно малой длины проволоки распределение вероятностей логарифма ее сопротивления будет мало отличаться от распределения в случае без излучения фононов в области максимума, отвечающей типичным проволокам. Вместе с тем, в области "хвоста" распределения, описывающего аномально малые сопротивления, вклад фононных процессов оказывается определяющим и существенно изменяет вид функции распределения в "хвосте".

Наиболее интересен случай очень длинных проволок, когда процессы с излучением фононов определяют всю функцию распределения, включая и ее наиболее важную часть вблизи максимума. По-видимому, соответствующая функция распределения будет довольно сильно отличаться от случая без фононов, но определить ее явно, и даже просто найти положение ее максимума нам пока не удалось. Это будет предметом дальнейшего рассмотрения.

## 1.3 Модель

### 1.3.1 Переходы между локализованными состояниями

Мы будем описывать нашу одномерную систему с помощью модели Андерсона, (см., например [2]):

Пусть у нас есть  $L$  ям, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга (это и есть локализованные состояния). Расстояние между ними  $l_0$ , в дальнейшем мы будем измерять все длины в единицах  $l_0$ . В каждой яме находится ровно один электронный уровень со случайной энергией. Распределение энергий равномерное и имеет ширину  $W$  (см. рис. 1) с математическим ожиданием, равным нулю. Энергия Ферми также равна 0, то есть половина состояний находится ниже уровня Ферми, а половина - выше. Амплитуда перехода из одной ямы в другую одинакова для всех ям и равна  $d$ , причем  $d \ll W$ , а значит, все состояния в системе сильно локализованы.

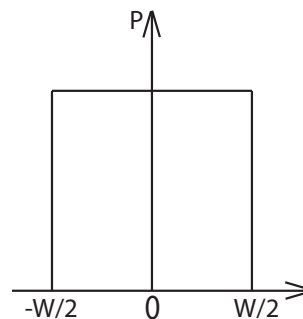


Рис. 1: Распределение энергий.

Кроме того, слева и справа от цепочки расположены металлические

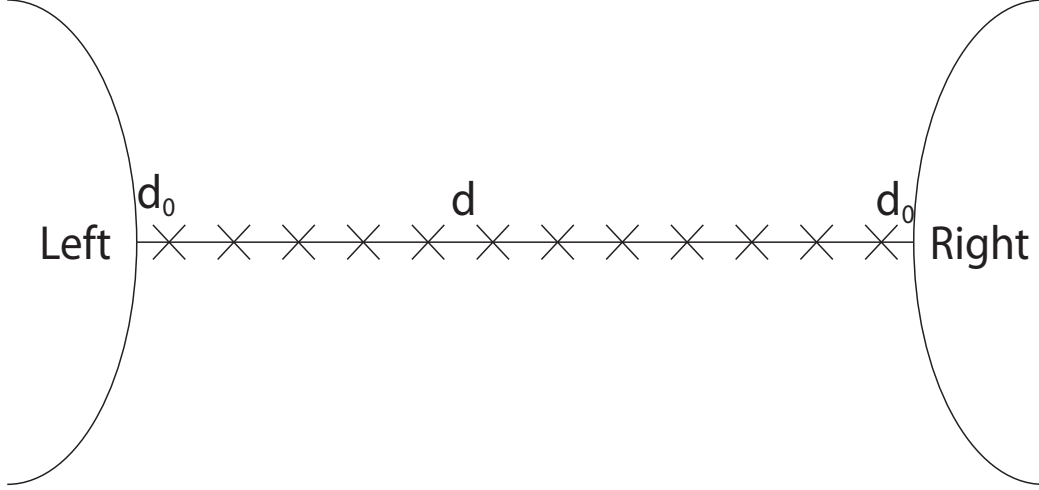


Рис. 2: Модель: цепочка и резервуары. Матричные элементы переходов.

контакты (резервуары). Матричные элементы перехода между резервуарами и крайними состояниями в цепочке равны  $d_0$ . Плотности электронных состояний и слева, и справа от цепочки одинаковы и мало отличаются от плотности на поверхности Ферми. Обозначим ее  $\nu_e$ . Все описанная система представлена на рисунке 2.

Пусть из левого резервуара на цепочку налетает поток неравновесных электронов с энергией  $\varepsilon_0 \ll W$ , причем плотность потока мала, так что корреляциями между разными электронами в потоке (как хаббардовскими, так и кулоновскими) можно пренебречь.

### 1.3.2 Излучение фононов. Гамильтониан

Как было упомянуто ранее, электрон может излучать фононы. Обозначим плотность состояний фононов с энергией  $\omega$  через  $\nu(\omega)$ . Матричный элемент электрон-фононного взаимодействия  $\beta_i \omega^\alpha$ , где  $\alpha > 0$ .

Таким образом, мы можем записать гамильтониан системы в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_i \varepsilon_i a_i^\dagger a_i + \frac{d}{2} \sum_i (a_{i+1}^\dagger a_i + h.c.) + \sum_\omega \omega b_\omega^\dagger b_\omega + \\ & + \sum_i \sum_\omega \beta_i \omega^\alpha (a_i^\dagger a_i b_\omega^\dagger + h.c.) + \sum_\varepsilon d_0 (a_L^\dagger c_\varepsilon + a_L^\dagger d_\varepsilon + h.c.) \end{aligned} \quad (1)$$

В этой формуле  $\varepsilon_i$  - энергии электрона на  $i$ -ом узле, а  $\omega$  - энергия излученного фонона,  $a_i$  и  $a_i^\dagger$  - операторы вторичного квантования электрона на  $i$ -м узле,  $b_\omega$ ,  $b_\omega^\dagger$  - операторы уничтожения и рождения фонона с энергией  $\omega$ , а  $c_\varepsilon$  и  $d_\varepsilon^\dagger$  - соответственно операторы уничтожения электрона в левом резервуаре и рождения в правом с энергией  $\varepsilon$ . При этом понятно,

что, так как температура нулевая, то в слагаемом, отвечающем взаимодействию с фононом, эрмитово сопряженное слагаемое, отвечающее процессам поглощения фононов, можно не учитывать.

## 2 Вычисление эффективного матричного элемента перехода электрона между удаленными узлами с излучением фонона

Вычислим теперь вероятность перехода из  $i$ -го локализованного состояния в  $j$ -ое. Для этого нам потребуется теория возмущений в  $n$ -ом порядке, где  $n = j - i + 1$ . Аналогично найдем и переходы из локализованных состояний в резервуары и обратно. Наиболее удобный способ развития этой теории - метод функций Грина.

### 2.1 Функции Грина для случая локализованных состояний

Требуемая вероятность равна матричному элементу  $\langle \psi | \chi \rangle$ , где в представлении вторичного квантования:

$$\psi = a_i^\dagger | 0 \rangle \quad (2)$$

$$\chi = a_j^\dagger | 0 \rangle \quad (3)$$

Пусть в представлении взаимодействия невозмущенный гамильтониан:

$$\hat{H}_0 = \sum_i \varepsilon_i a_i^\dagger a_i + \sum_\omega \omega b_\omega^\dagger b_\omega \quad (4)$$

Тогда гамильтониан взаимодействия:

$$\hat{H}_{int} = \frac{d}{2} \sum_i (a_{i+1}^\dagger a_i + h.c.) + \sum_i \sum_\omega \beta_i \omega^\alpha (a_i^\dagger a_i b_\omega^\dagger + h.c.) \quad (5)$$

Далее, по определению, функция Грина:

$$G(x, x') = -i \langle T(\psi(x)\psi^\dagger(x')) \rangle \quad (6)$$

Сначала будем искать затравочную функцию Грина для начального гамильтониана, а потом найдем нужную нам  $G(i, j)$ , исследовав вершинную часть и построив нужную диаграмму. Итак, приступим к вычислению затравочной функции Грина, для этого воспользуемся методом,

сходным с [3, §4.4]. Если выбрать базис из локализованных состояний, то можно разложить любую волновую функцию  $\psi$  по этому базису. Пусть

$$\psi = \sum_i \alpha_i \varphi_i \quad (7)$$

где

$$\varphi_i = a_i^\dagger |0\rangle \quad (8)$$

Напрямую из определения можно получить:

$$G_0(x, x', t - t') = -i \sum_i |a_i|^2 \varphi_i^*(x') \varphi_i(x) e^{-i\varepsilon_i(t-t')} * \begin{cases} \theta(\varepsilon_i - \varepsilon_f) & \text{при } t > 0, \\ -\theta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad (9)$$

где, как обычно,  $\varepsilon_f$  - энергия Ферми.

Перейдем теперь к координатно-энергетическому представлению и получим затравочную функцию Грина для частицы, находящейся на конкретном  $j$ -ом узле и вспомним, что энергия Ферми в нашей модели равна 0:

$$G_0(j, j', \omega) = \frac{\delta_{j,j'}}{\omega - \varepsilon_j + i0 \text{sign}(\varepsilon_j)} \quad (10)$$

Далее, очевидно, вершина взаимодействия с потенциалом без излучения фононов представляет собой:

$$V(i, j, \omega) = (\delta_{i,j-1} + \delta_{i,j+1})d \quad (11)$$

будем в дальнейшем обозначать ее крестиком на диаграмме.

## 2.2 Учет излучения фононов для вычисления эффективного матричного элемента

Частица на любом шаге может излучить фонон. После излучения ее энергия уменьшится до конечной, равной  $\varepsilon_j$ . Излучение фонона будем изображать пунктирной линией. Из гамильтониана понятно, что амплитуда излучения фонона равна

$$A(\omega, l) = \beta_l \omega^\alpha \quad (12)$$

Таким образом, амплитуда перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  с излучением фонона на шаге  $l$  представлена диаграммой на рис. 3. Запишем аналитическое выражение для этой диаграммы:

$$A_{ij,l} = \prod_{k=i+1}^l \frac{d}{\varepsilon_i - \varepsilon_k} \beta_l \omega^\alpha \prod_{k=l}^{j-1} \frac{d}{\varepsilon_j - \varepsilon_k} \quad (13)$$

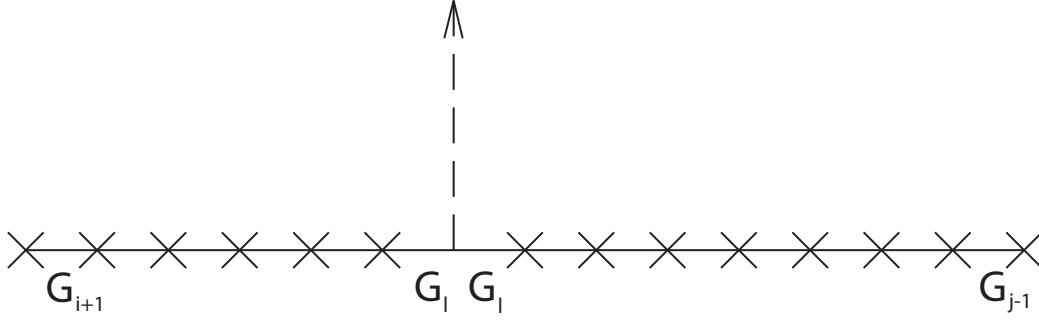


Рис. 3: Диаграмма для вычисления эффективного матричного элемента перехода

Для вычисления полной амплитуды надо просуммировать представленные в уравнении (13) по  $l$ . Итак, полная амплитуда перехода из состояние  $i$  в состояние  $j$ :

$$A_{ij} = \sum_{l=i}^j \prod_{k=i+1}^l \frac{d}{\varepsilon_i - \varepsilon_k} \beta_l \omega^\alpha \prod_{k=l}^{j-1} \frac{d}{\varepsilon_j - \varepsilon_k} \quad (14)$$

В этой сумме отдельно поясним члены, отвечающие излучению фотона на самом первом и самом последнем шагах. Во всех остальных - в знаменателе отсутствует член вида  $\varepsilon_i - \varepsilon_j$ , в этих же он присутствует, и, кроме того, все остальные члены представляют собой разницу либо начальной, либо конечной энергии и каждой из остальных энергии узлов между  $i$ -м и  $j$ -м.

Теперь вычислим вероятность перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  в единицу времени. Для этого запишем золотое правило Ферми:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi |\langle i | H | j \rangle|^2 \delta(\varepsilon_i - \varepsilon_j) \quad (15)$$

В нашем случае нужно еще просуммировать по возможным излученным фотонам, так как различные фотоны дают некогерентные вклады. Получим:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi \sum_{\omega} \left[ \sum_l \beta_l \omega^\alpha \prod \prod \right]^2 \delta(\varepsilon_i - \varepsilon_j - \omega) \quad (16)$$

Для дальнейших вычислений требуется предположение о фотонах. Пусть в нашем случае они одномерные. Это значит, что их излучение из различных узлов складывается когерентно и, так как они имеют одно и то же квантовое число, то  $\beta_l = |\beta| e^{iq_l}$ , где, конечно,  $q$  зависит от  $\omega$ . В



этом случае получаем, производя суммирование по фононным частотам:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi\nu(\varepsilon_i - \varepsilon_j)(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^{2\alpha} \left[ |\beta| \sum_l e^{iql} \prod_{k=i+1}^l \frac{d}{\varepsilon_i - \varepsilon_k} \prod_{k=l}^{j-1} \frac{d}{\varepsilon_j - \varepsilon_k} \right]^2 \quad (17)$$

Для дальнейшей оценки этой вероятности заметим, что в знаменателе в этом произведении не сильно отличаются друг от друга  $\varepsilon_i$  и  $\varepsilon_j$ , так как по нашему предположению  $\varepsilon_0 \ll W$ . Значит, можно положить их много меньшими, чем все энергии между ними и получить:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi\nu(\varepsilon_i - \varepsilon_j)(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^{2\alpha} \left( \prod_k \frac{d}{\varepsilon_k} \right)^2 \left( |\beta| \sum_l e^{iql} \right)^2 \quad (18)$$

Так как в нашей модели расстояния между узлами одинаковые, то сумма по  $l$  в последней скобке уравнения (18) вычисляется элементарно:

$$\sum_l e^{iql} = \sum_n e^{iql_0 n} = \frac{1 - e^{iqr_{ij}}}{1 - e^{iql_0}} \quad (19)$$

И, наконец, так как расстояние между узлами маленькое, то можно предположить:

$$ql_0 \ll 1 \quad (20)$$

и получить для матричного элемента:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi\nu(\varepsilon_i - \varepsilon_j)(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^{2\alpha} \left( \prod_k \frac{d}{\varepsilon_k} \right)^2 \left( |\beta| \frac{1 - e^{iqr_{ij}}}{iql_0} \right)^2 \quad (21)$$

Рассмотрим еще один случай, важный для нашей задачи: когда между  $i$ -м и  $j$ -м узлами находятся несколько узлов с энергиями, близкими к  $\varepsilon_i$ . Обозначим их через  $\varepsilon_{\alpha_k}$  и пусть их всего  $K$ . То есть  $\alpha_1 = i$ ,  $\alpha_K = j$ . Но при этом все равно не слишком близкими - то есть если действует теория возмущений и выполняется  $d \ll \varepsilon_i - \varepsilon_{\alpha_k}$ . Тогда получаем ответ для такого перехода:

$$P_{i \rightarrow j} = 2\pi\nu(\varepsilon_i - \varepsilon_j)(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^{2\alpha} * \left( \sum_m \prod_{k=1}^m \frac{1}{\varepsilon_i - \varepsilon_{\alpha_k}} \prod_{k=m+1}^K \frac{1}{\varepsilon_j - \varepsilon_{\alpha_k}} |\beta| \frac{1 - e^{iqr_{\alpha_k \alpha_k + 1}}}{iql_0} \prod_{l \neq \alpha_k} \frac{d}{\varepsilon_k} \right)^2 \quad (22)$$

И, наконец, нас интересуют еще вероятности перехода в узлы из резервуара и обратно, а также переход из одного резервуара в другой. Используя (15), получим:

$$P_{i \rightarrow \text{left}} = 2\pi \sum_{\varepsilon} \left[ \prod_{k=1}^{i-1} \frac{1}{\varepsilon_i - \varepsilon_k} d^{i-1} d_0 \right]^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_i) \quad (23)$$

- вероятность перехода из узла в правый резервуар. Суммируя, получаем:

$$P_{i \rightarrow \text{left}} = 2\pi\nu_e \left[ \prod_{k=1}^{i-1} \frac{1}{\varepsilon_k} d^{i-1} d_0 \right]^2 \quad (24)$$

И совсем аналогично:

$$P_{\text{left} \rightarrow i} = 2\pi\nu_e \nu (\varepsilon_0 - \varepsilon_i) (\varepsilon_0 - \varepsilon_i)^2 \left[ \prod_{k=1}^{i-1} \frac{1}{\varepsilon_k} d^i d_0 |\beta| \frac{1 - e^{iqr_{\text{left} \rightarrow i}}}{iq l_0} \right]^2 \quad (25)$$

$$P_{\text{left} \rightarrow \text{right}} = 2\pi\nu_e^2 \left[ d_0^2 d^{L-1} \prod_{i=1}^L \frac{1}{\varepsilon_0 - \varepsilon_i} \right]^2 \quad (26)$$

### 3 Кинетическое уравнение. Обсуждение

В предыдущем разделе мы получили матричные элементы переходов между различными состояниями (21). Найдем теперь распределение неравновесной электронной плотности, возникающий, если мы слева запустим слабый поток электронов.

Запишем аналог кинетического уравнения для электронов для этого случая. Так как разрешены переходы только с понижением энергии, можно написать:

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_j P_{j \rightarrow i} n_j - n_i \sum_j P_{i \rightarrow j} + P_{\text{left} \rightarrow i} - n_i (P_{i \rightarrow \text{left}} + P_{i \rightarrow \text{right}}) \quad (27)$$

где  $n_j$  - электронная плотность на  $j$ -ом узле, налетающий поток принят равным единице.

Заметим, что к такому уравнению не применим обычный метод решетки сопротивлений Миллера-Абрахамса (который используется, например, в [4] при рассмотрении прыжковой проводимости.) Дело в том, что наша задача сильно неравновесна, а в модели сетки Миллера-Абрахамса всегда предполагается лишь слабая неравновесность, концентрации электронов на соседних узлах отличаются слабо.

Теперь перейдем собственно к решению уравнения (27). Вероятность перейти из любого узла  $j$  в какой-то другой узел  $i$  равна

$$p_{j \rightarrow i} = \frac{P_{j \rightarrow i}}{\sum_k P_{j \rightarrow k}} \quad (28)$$

На рисунке 4 показана конфигурация допустимых электронных состо-

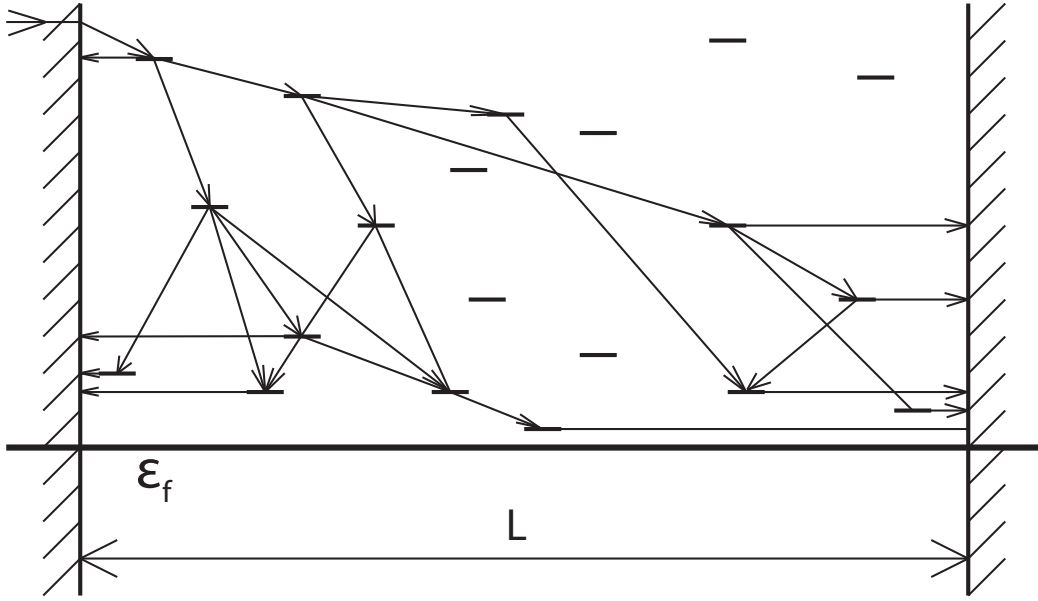


Рис. 4: Разрешенные состояния между двумя резервуарами. Общая длина проволоки  $L$ ,  $\epsilon_f$  - энергия Ферми, а стрелками показаны переходы электрона из одного состояния в другое

аний между резервуарами и разнообразные переходы между узлами и переходы в резервуары.

Среднее количество "квазирезонансных" уровней (то есть таких, энергия которых находится в промежутке от 0 до  $\epsilon_0$ ) в системе  $N = L\epsilon_0/W \equiv L/L_0$ , где мы ввели обозначение  $L_0 = W/\epsilon_0$  для длины цепочки, в которой в среднем имеется ровно один квазирезонансный уровень.

#### 4 Случай $L \ll L_0$

Найдем распределение логарифма пропускной способности в случае относительно малой длины проволоки, когда в ней, как правило, вовсе нет квазирезонансных уровней. В такой ситуации чаще всего будет реализовываться ситуация с отсутствием "квазирезонансных" уровней. Она и будет определять максимум распределения и его окрестность. "Квазирезонансные" и резонансные уровни будут играть свою роль в "хвостах" распределения.

## 4.1 Центральная часть распределения

Сначала посмотрим, как распределена вероятность перехода прямо из левого резервуара в правый.

В этой вероятности, как и во всех вероятностях перехода между всевозможными состояниями в нашей системе, главный вклад будет от произведения знаменателей, так как распределение энергий фононов будет вносить малый вклад.

Обозначим через  $X$  наиболее значимую часть этого распределения, то есть:

$$X = \prod_{i=1}^L \frac{d}{\varepsilon_i} \quad (29)$$

Будем искать распределение логарифма этой величины.

$$x = \ln X = - \sum_{i=1}^L \ln(\varepsilon_i/d) \quad (30)$$

Нас интересуют, хоть и относительно малые  $L$ , но все равно большие по сравнению с единицей. Тогда к сумме логарифмов мы можем применить центральную предельную теорему. То есть  $x$  распределена по Гауссу,  $\bar{x} = L \ln(\varepsilon_i/d)$  и дисперсия равна  $\sigma$ . Получаем:

$$P(x) \sim e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2L\sigma^2}} \quad (31)$$

Найдем теперь  $\bar{x}$ . Для этого найдем среднее значение логарифма:

$$\overline{\ln(\varepsilon_i/d)} = \int_0^{W/2} \ln \varepsilon d\varepsilon - \ln d = x \ln x \Big|_0^{W/2} - W/2 - \ln d = \ln \frac{W}{2ed} \quad (32)$$

$$\bar{x} = L \ln \frac{W}{2ed} \quad (33)$$

И  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\int_0^{W/2} (\ln^2 \varepsilon - 2 \ln \varepsilon \ln d + \ln^2 d) d\varepsilon}{W/2} - \ln^2 \frac{W}{2ed} \quad (34)$$

Далее, производя тривиальные вычисления, получаем:

$$\sigma^2 = 1 \quad (35)$$

Итак, центральная часть распределения, когда вклады от "квазирезонансных" и резонансных уровней малы, и распределение вероятностей логарифма проводимости - гауссово, с дисперсией, равной  $L$  и математическим ожиданием, и равным  $\bar{x}$ . Рассмотрим, как отразятся случаи появления резонансных и "квазирезонансных" уровней в системе на функцию распределения.

## 4.2 "Хвосты" распределения

К основной функции распределения добавятся вклады от нахождения допустимых по энергии уровней на каждом из узлов. Вероятность найти уровень на конкретном узле  $\frac{\varepsilon_0}{W}$ . Кроме того, вероятность прохождения через цепочку не изменяется, если всю цепочку симметрично отразить. Значит, вероятность именно такого кондактанса равна  $\frac{2\varepsilon_0}{W}$ . Распределение вероятностей для него - тоже гауссово, только с другим математическим ожиданием и дисперсией, ответственными за цепочку длины  $L_i = \max\{i, L - i\}$ .

Таким образом, вклад от "квазирезонансного" уровня на  $i$ -ом узле в функцию распределения:

$$\delta_i(P(x)) = \frac{2\varepsilon_0}{W} e^{\frac{(x-(1-\gamma(i))\bar{x})^2}{2(1-\gamma(i))x}} \quad (36)$$

Далее мы можем проинтегрировать этот результат по всевозможным положениям узлов, и получить:

$$\delta(P(x)) = 2\frac{\varepsilon_0}{W} \int_0^{L/2} e^{\frac{(x-(L-l))^2}{2L}} = 2\frac{\varepsilon_0}{W} * \begin{cases} 1, L/2 + \sqrt{L/\ln \frac{W}{2ed}} < l < L - \sqrt{L/\ln \frac{W}{2ed}}, \\ x: 0 < x < 1, l \text{ близко к } L \text{ или } L/2, \\ 0, \text{ во всех остальных случаях.} \end{cases} \quad (37)$$

Теперь мы можем найти точку, где вклады в функцию распределения от прыжков на "квазирезонансные" уровни и от прямого прыжка сравниваются:

$$e^{\frac{(x-\bar{x})^2}{2L\sigma^2}} = 2\frac{\varepsilon_0}{W} \quad (38)$$

отсюда

$$x = L \ln \frac{W}{2ed} - \sqrt{2L \ln \frac{2\varepsilon_0}{W}} \quad (39)$$

Таким образом, "квазирезонансные" уровни начинают играть роль, когда мы удаляемся от середины распределения на величину

$$x \sim \sqrt{L} \ll L \quad (40)$$

То есть действительно существует область функции распределения, где возможность переходов с участием фононов сильно ее изменяет. Причем в области  $\bar{x}/2 < x < \bar{x}$  на функцию распределения влияют случаи с одним прыжком на "квазирезонансные" уровни, а при меньших  $x$  - с двумя или более прыжками. Эта область нами еще не изучена, однако понятно, что вклад будет иметь следующий порядок малости по  $L/L_0$ .

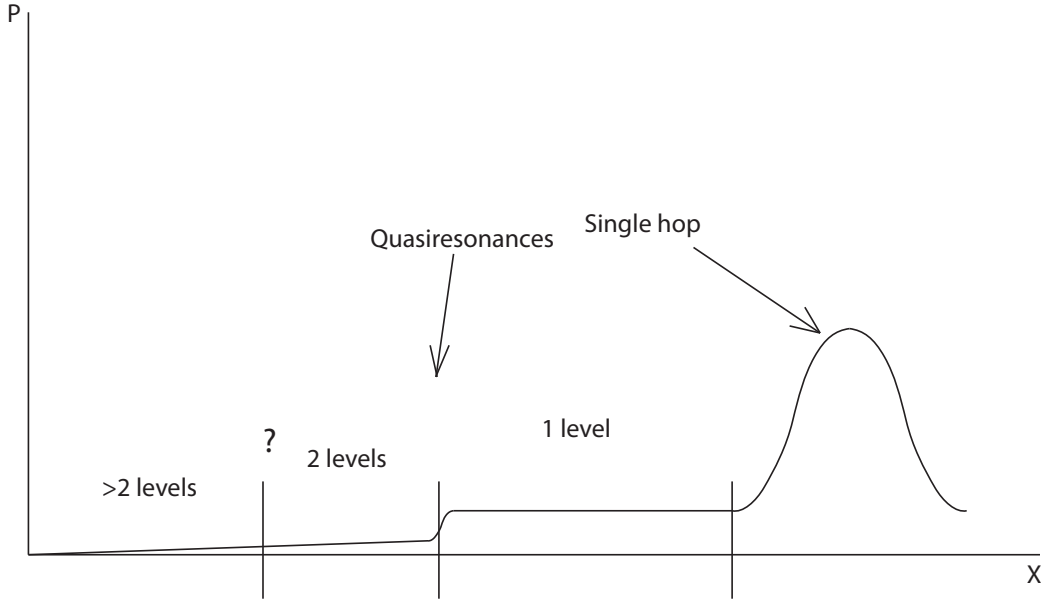


Рис. 5: Распределение вероятностей  $x$  в случае относительно малой длины проволоки

Кроме того, еще могут существовать резонансные уровни, возможность переходов по которым может, с первого взгляда, тоже достаточно сильно менять функцию распределения. Однако, такого не происходит и истинные резонансы будут подавлены уже описанными квазирезонансами из-за их относительно малой вероятности. Вероятность найти уровень точно в резонансе на расстоянии  $l$  от левого края и, соответственно,  $L-l$  от левого пропорциональна:

$$\left(\frac{d}{W}\right)^{\max\{l, L-l\}} \leq \left(\frac{d}{W}\right)^{L/2} \ll \frac{\varepsilon_0}{W} \quad (41)$$

причем малость очень существенная - экспоненциальная.

На рисунке 5 показана функция распределения величины  $x$ .

## 5 Случай $L \gg L_0$

Нами была проведена численная симуляция и мы получили, что при количестве резонансных уровней, расположенных на длине цепочки, порядка 100-500 зависимость от длины остается экспоненциальной, но в экспоненте стоит не  $L$ , а  $L/4$ . У нас есть предположение, что и при больших длинах проволоки эта зависимость не изменится.

Окончательного объяснения такому поведению вероятности перехода мы пока не получили. Его получение, как и дальнейшее совершенствование численных методов будет предметом дальнейшей работы.

## Список литературы

- [1] Й. Имри, Введение в мезоскопическую физику. - М.: Физматлит; 2002.
- [2] P.W. Anderson, Absence of Diffusion in Certain Random Lattices, Phys. Rev. 109, 1492 (1958).
- [3] Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. - М.: Добросвет; 1998.
- [4] Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. - Наука, 1979.