

Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра "Проблемы теоретической физики"

Вычисление тока через квантовую точку с двумя уровнями

Выпускная квалификационная
работа на степень бакалавра
студента 628 гр. Шарафутдинова А.У.

Научный руководитель
к.ф.-м.н. Бурмистров И.С.

Содержание

1	Введение	2
2	Модельный гамильтониан	3
3	Вклад в ток четвертого порядка по $t_{k\alpha,\sigma\sigma'}^{(j)}$	5
4	Приближения	8
5	“Неинтерференционный” вклад в ко-туннелирование	9
5.1	Антипараллельная конфигурация	12
5.2	Параллельная конфигурация	15
6	“Интерференционный” вклад в ко-туннелирование	18
6.1	Антипараллельная конфигурация	18
6.2	Параллельная конфигурация	18
7	Заключение	20
8	Приложение	21

1 Введение

Известно, что сопротивление проводника зависит от его магнитного состояния [1]. Существуют квантовые эффекты, усиливающие эту зависимость, например, эффект Кондо [2] эффект колоссального магнетосопротивления [3], и эффект гигантского магнетосопротивления (ГМС) [4]. ГМС наблюдается на системе, состоящей из нескольких слоев ферромагнетика, разделенных немагнитным материалом. При комнатной температуре сопротивление параллельной конфигурации поляризаций намагниченностей ферромагнетиков на несколько процентов меньше сопротивления антипараллельной конфигурации. Таким образом, спиновая степень свободы может существенно влиять на проводимость системы.

Это влияние изучается на различных типах систем, в частности на квантовых точках. Обусловлено это тем, что квантовая точка – один самых простых объектов, на которых можно изучать взаимодействие спиновых и зарядовых степеней свободы. Для малых квантовых точек характерны малые емкости. При этом электростатическая энергия, необходимая для изменения числа электронов на контакте, может сильно превышать характерные температуры и напряжения. Этот режим электронного транспорта называется кулоновской блокадой. В режиме кулоновской блокады процессы первого порядка по туннельным амплитудам – туннелирование с одного из контактов на островок – подавлены при всех напряжениях на затворе, за исключением таких, которые соответствуют точкам вырождения зарядовых уровней (кулоновские пики) [5]. Поэтому ток через систему вне кулоновских пиков определяется процессами второго порядка: туннелированием электронов с одного контакта на другой через виртуальное состояние на островке – процессами котуннелирования [6].

Также влияние на проводимость системы оказывает дискретность уровней. Например, проводимость для неупругого ко-туннелирования в пределе $\Delta \ll T$ (Δ – среднее расстояние между одночастичными уровнями энергии) ведет себя как T^2/E_c^2 [6], тогда как в обратном пределе $\Delta \gg T$ этот вклад $\propto \frac{\Delta^3}{E_c^2 T} e^{-\Delta/T}$ [9] экспоненциально подавлен по Δ/T . Аналогичные соотношения для упругого ко-туннелирования имеют вид: при $\Delta \ll T$ проводимость $\propto \Delta/E_c$ [6], а при $\Delta \gg T$ вклад упругого ко-туннелирования $\propto \frac{\Delta^2}{E_c^2}$ [9] доминирует по сравнению с неупругим вкладом.

Обменное взаимодействие электронов на точке приводит к зависимости проводимости от поляризаций контактов. Эта зависимость изучалась ранее [10]. Для вычисления проводимости в работах [11] применяется рейтовый подход, с дальнейшим численным решением получившихся уравнений. На основе этих численных расчетов предсказывается несколько характерных эффектов. Среди них значительное увеличение туннельного магнетосопротивления.

Наша задача – вычислить ток ко-туннелирования аналитически для простейшего случая с минимальными приближениями.

Вклады старших порядков по туннельным амплитудам в амплитуду перехода, начиная с четвертого, содержат логарифмические расходимости [7]. Эти расходимости [8] не являются существенными при напряжениях (V) и температурах (T) таких, что $e|V|, T \gg T_K \sim$

$\Delta \exp(-\Delta/\nu|t|^2)$, где ν - плотность состояний в контактах, t - амплитуда туннелирования, и основной вклад дают процессы ко-туннелирования, которые и будут рассматриваться ниже.

Экспериментально, наиболее близки к рассматриваемым нами системам эффективно двумерные квантовые точки с ферромагнитными контактами [12]. В таких системах расстояние между уровнями гораздо больше, чем в трехмерных (в работе [12] оно порядка 10mK).

2 Модельный гамильтониан

Гамильтониан системы

$$H = H_l + H_r + H_{QD} + H_T, \quad (1)$$

где H_j , $j = l, r$, - гамильтонианы левого и правого контактов. Туннельный гамильтониан

$$H_T = \sum_{j=l,r} \sum_{k,\alpha,\sigma,\sigma'} t_{k\alpha,\sigma\sigma'}^{(j)} a_{jk\sigma}^\dagger d_{\alpha\sigma'} + h.c., \quad (2)$$

где $a_{jk\sigma}$ -оператор уничтожения электрона на соответствующем контакте, σ - спиновый индекс, $d_{\alpha\sigma}$ -оператор уничтожения электрона на точке. Гамильтониан квантовой точки []

$$H_{QD} = \sum_{\alpha,\sigma} \epsilon_{\alpha\sigma} d_{\alpha\sigma}^\dagger d_{\alpha\sigma} + E_c (\hat{N} - N_0)^2 - J \hat{\mathbf{S}}^2, \quad (3)$$

где $\hat{N} = \sum_{\epsilon\alpha} d_{\epsilon\alpha}^\dagger d_{\epsilon\alpha}$ - оператор числа частиц на точке, $\hat{\mathbf{S}} = \sum \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} d_{\alpha\sigma}^\dagger d_{\alpha\sigma'}$ - оператор спина электронов на точке, $E_c = e^2/2C$ - кулоновская энергия, C - полная емкость точки, N_0 - равновесное число электронов на точке, минимизирующее электростатическую энергию и которое может меняться с помощью напряжения на затворе, и J - энергия обменного взаимодействия.

Основной целью данной работы является аналитическое исследование эффектов взаимодействия спиновых и зарядовых степеней свободы. Простейшая система в которой возможны такие эффекты - квантовая точка с двумя одноэлектронными уровнями. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать двухуровневую квантовую точку, т.е. ϵ_α будет принимать только два значения: ϵ_1 и $\epsilon_2 = \epsilon_1 + \Delta$. Для изолированной квантовой точки

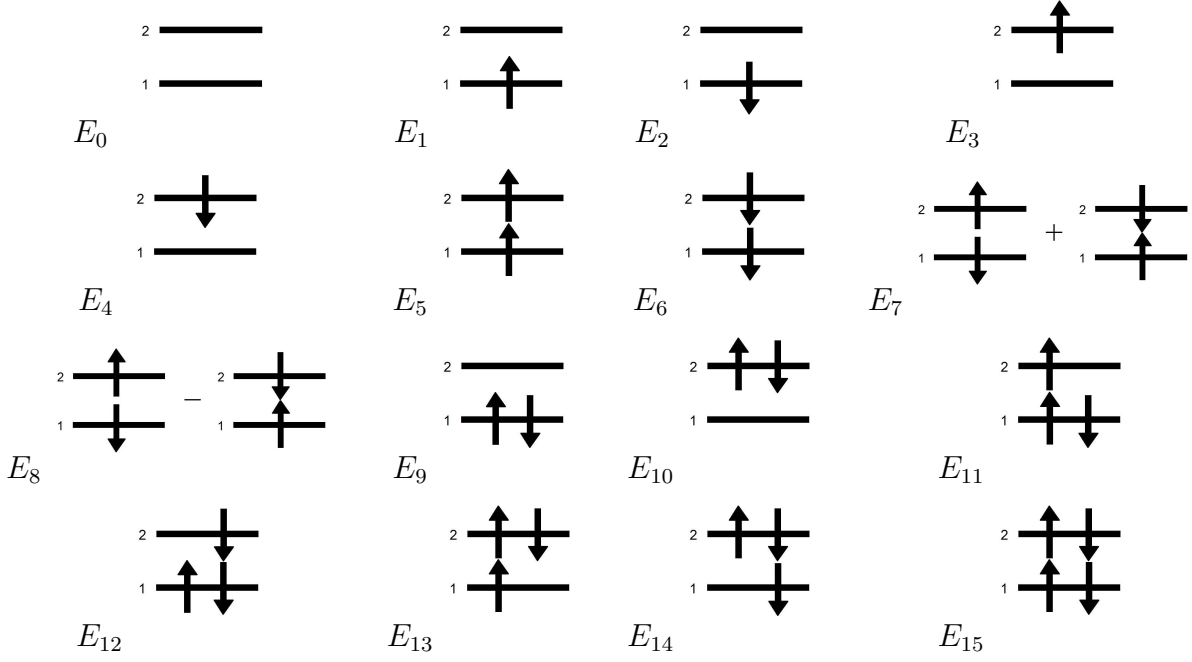


Рис. 1: Собственные состояния изолированной двухуровневой квантовой точки

(см. Ур. (3)) имеется 16 (многочастичных) собственных состояний с энергиями:

$$\begin{aligned}
E_0 &= E_c(N_0)^2 \\
E_1 &= E_c(N_0 - 1)^2 + \epsilon_1 - \frac{3}{4}J \\
E_2 &= E_c(N_0 - 1)^2 + \epsilon_1 - \frac{3}{4}J \\
E_3 &= E_c(N_0 - 1)^2 + \epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_4 &= E_c(N_0 - 1)^2 + \epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_5 &= E_c(N_0 - 2)^2 + \epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J \\
E_6 &= E_c(N_0 - 2)^2 + \epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J \\
E_7 &= E_c(N_0 - 2)^2 + \epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J \\
E_8 &= E_c(N_0 - 2)^2 + \epsilon_1 + \epsilon_2 \\
E_9 &= E_c(N_0 - 2)^2 + 2\epsilon_1 \\
E_{10} &= E_c(N_0 - 2)^2 + 2\epsilon_2 \\
E_{11} &= E_c(N_0 - 3)^2 + 2\epsilon_1 + \epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_{12} &= E_c(N_0 - 3)^2 + 2\epsilon_1 + \epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_{13} &= E_c(N_0 - 3)^2 + \epsilon_1 + 2\epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_{14} &= E_c(N_0 - 3)^2 + \epsilon_1 + 2\epsilon_2 - \frac{3}{4}J \\
E_{15} &= E_c(N_0 - 4)^2 + 2\epsilon_1 + 2\epsilon_2
\end{aligned}$$

Собственные состояния изолированной квантовой точки изображены на Рис. 1

3 Вклад в ток четвертого порядка по $t_{k\alpha,\sigma\sigma'}^{(j)}$

Будем считать, что зарядовая энергия существенно превосходит остальные энергетические масштабы, $E_c \gg T, \Delta, J$, а N_0 находится вблизи целого значения (кулоновская долина). Тогда основной вклад в ток при низких температурах будет четвертого порядка по $t_{k\alpha,\sigma\sigma'}^{(j)}$ [6]. Действительно, нечетные вклады, очевидно, равны нулю, а вклад второго порядка, отвечает переходам электрона с контакта на островок, которые меняют число частиц на островке и поэтому подавлены по параметру $\exp(-E_c/T)$ при всех напряжениях на затворе за исключением тех, которые соответствуют вырождению зарядовых уровней [5]. Вклад же четвертого порядка отвечает переходам с контакта на контакт через виртуальное состояние на островке. Эти переходы называют ко-туннелированием электронов.

Запишем уравнение на матрицу плотности в представлении взаимодействия:

$$\dot{\rho} = -i[H_T, \rho]. \quad (4)$$

Решая его по теории возмущений, найдем для поправки третьего порядка

$$\rho^{(3)}(t_3) = i \int_{-\infty}^{t_3} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_0 [H_T(t_2), [H_T(t_1), [H_T(t_0), \rho_0]]], \quad (5)$$

где $\rho_0 = e^{-\beta(H_l+H_r+H_{QD})}$ равновесная матрица плотности невозмущенной системы.

Оператор тока из j -ого контакта равен производной оператора заряда этого контакта:

$$\hat{I}_j = e\dot{N}_j = \frac{d}{dt} \sum_{k\sigma} e a_{lk\sigma}^+ a_{lk\sigma} = i[H_T, eN_l] = \sum_{k\alpha\sigma\sigma'} iet_{k\alpha;\sigma\sigma'}^l a_{lk\sigma}^+ d_{\alpha\sigma'} + h.c. = i\hat{X} - i\hat{X}^+, \quad (6)$$

где $X \equiv \sum_{k\alpha\sigma\sigma'} t_{k\alpha;\sigma\sigma'}^l a_{lk\sigma}^+ d_{\alpha\sigma'}$.

Поправка к току четвертого порядка по туннельным амплитудам $t_{k\alpha,\sigma\sigma'}^{(j)}$ равна

$$\begin{aligned} I^{(4)} &= \frac{1}{Z} \text{Tr}(\rho_3 \hat{I}_l) = \frac{1}{Z} \text{Tr}(\rho_3 (ie\hat{X} - ie\hat{X}^+)) = \frac{2e}{Z} \text{Re}(\text{Tr}(-i\rho_3 \hat{X}^+)) = \\ &= \frac{2e}{Z} \text{Re} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \left(\langle X^+(t) H_T(t_1) H_T(t_2) H_T(t_3) \rangle - \right. \\ &- \langle H_T(t_3) X^+(t) H_T(t_1) H_T(t_2) \rangle - \langle H_T(t_2) X^+(t) H_T(t_1) H_T(t_3) \rangle + \\ &+ \langle H_T(t_3) H_T(t_2) X^+(t) H_T(t_1) \rangle - \langle H_T(t_1) X^+(t) H_T(t_2) H_T(t_3) \rangle + \\ &+ \langle H_T(t_3) H_T(t_1) X^+(t) H_T(t_2) \rangle + \langle H_T(t_2) H_T(t_1) X^+(t) H_T(t_3) \rangle - \\ &\left. - \langle H_T(t_3) H_T(t_2) H_T(t_1) X^+(t) \rangle \right), \quad (7) \end{aligned}$$

где $Z \equiv \text{Tr}(\rho_0)$ и $\langle \dots \rangle \equiv \text{Tr}(\dots \rho_0)/Z$.

Выразим все слагаемые в ур. (7) через следующие функции Грина электронов в контактах:

$$\begin{aligned} G_{\beta_1\beta_2}^{j>}(t, t') &\equiv -i \langle a_{j\beta_1}(t) a_{j\beta_2}^\dagger(t') \rangle \\ G_{\beta_1\beta_2}^{j<}(t, t') &\equiv i \langle a_{j\beta_1}(t) a_{j\beta_2}^\dagger(t') \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

где $j = l, r$, $\beta = \{k\sigma\}$, и двухчастичные корреляторы электронов на точке. Для каждого из восьми слагаемых в ур. (7) находим:

$$\begin{aligned}
& \langle X(t)H_T(t_1)H_T(t_2)H_T(t_3) \rangle = \\
& = - \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}(t_1)d_{\alpha_3}^+(t_2)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_1\beta_2}^{l>}(t, t_1) G_{\beta_3\beta_4}^{r>}(t_2, t_3) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}(t_1)d_{\alpha_3}^+(t_2)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_2\alpha_2}^r G_{\beta_1\beta_4}^{l>}(t, t_3) G_{\beta_3\beta_2}^{r<}(t_2, t_1) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}^+(t_1)d_{\alpha_3}(t_2)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_1\beta_3}^{l>}(t, t_2) G_{\beta_2\beta_4}^{r>}(t_1, t_3) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}^+(t_1)d_{\alpha_3}(t_2)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_1\beta_4}^{l>}(t, t_3) G_{\beta_2\beta_3}^{r>}(t_1, t_2) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}(t_1)d_{\alpha_3}(t_2)d_{\alpha_4}^+(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_1\beta_2}^{l>}(t, t_1) G_{\beta_4\beta_3}^{r<}(t_3, t_2) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}^+(t)d_{\alpha_2}(t_1)d_{\alpha_3}(t_2)d_{\alpha_4}^+(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_2\alpha_2}^r G_{\beta_1\beta_3}^{l>}(t, t_2) G_{\beta_4\beta_2}^{r<}(t_3, t_1), \quad (9)
\end{aligned}$$

где $\langle \dots \rangle = \text{Tr} \dots e^{-\beta H_{QD}} / \text{Tr} e^{-\beta H_{QD}}$, $\alpha_k = \{\alpha, \sigma\}$,

Заметим, что в ур. (9) должны также входить слагаемые пропорциональные $\bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l$ и $\bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_2\alpha_2}^r \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r$. Но ясно, что если положить, например, $t^r = 0$, то ток равен нулю. Вклад слагаемых пропорциональных $\bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l$ при этом не изменится. Значит такие слагаемые не дают вклада в ток и мы не будем за ними следить. Далее,

$$\begin{aligned}
& \langle H_T(t_3)X^+(t)H_T(t_1)H_T(t_2) \rangle = \\
& = - \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_2\beta_1}^{l<}(t, t_3) G_{\beta_4\beta_3}^{r<}(t_3, t_1) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_2\beta_3}^{l>}(t, t_2) G_{\beta_4\beta_1}^{r<}(t_3, t_1) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_2\beta_4}^{l>}(t, t_2) G_{\beta_1\beta_3}^{r>}(t_3, t_1) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}^+(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_2\beta_3}^{l>}(t, t_1) G_{\beta_1\beta_4}^{r>}(t_3, t_2) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_2\beta_4}^{l>}(t, t_2) G_{\beta_3\beta_1}^{r<}(t_1, t_3) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}(t_2) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_2\beta_1}^{l<}(t, t_3) G_{\beta_3\beta_4}^{r>}(t_1, t_2), \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle H_T(t_2)X^+(t)H_T(t_1)H_T(t_3) \rangle = \\
& = - \langle d_{\alpha_1}(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_2\beta_1}^{l<}(t, t_2) G_{\beta_4\beta_3}^{r<}(t_3, t_1) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_2\beta_3}^{l>}(t, t_1) G_{\beta_4\beta_1}^{r<}(t_3, t_2) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_3\beta_4}^{l>}(t, t_3) G_{\beta_1\beta_3}^{r>}(t_2, t_1) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}^+(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_2\beta_3}^{l>}(t, t_1) G_{\beta_1\beta_4}^{r>}(t_1, t_3) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_4\alpha_4}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_2\beta_4}^{l>}(t, t_3) G_{\beta_3\beta_1}^{r<}(t_1, t_2) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}(t_2)d_{\alpha_2}^+(t)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}(t_3) \rangle \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_4\alpha_4}^r G_{\beta_2\beta_1}^{l<}(t, t_2) G_{\beta_3\beta_4}^{r>}(t_1, t_3), \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle H_T(t_3)H_T(t_2)H_T(t_1)X^+(t) \rangle = \\
& = + \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}(t_2)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_4\beta_2}^{l<}(t, t_2)G_{\beta_3\beta_1}^{r<}(t_1, t_3) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}(t_2)d_{\alpha_3}^+(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_3\alpha_3}^r t_{\beta_2\alpha_2}^r G_{\beta_4\beta_1}^{l<}(t, t_3)G_{\beta_3\beta_2}^{r<}(t_1, t_2) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t_2)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^r t_{\beta_1\alpha_1}^r G_{\beta_4\beta_3}^{l<}(t, t_1)G_{\beta_2\beta_1}^{r<}(t_2, t_3) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}(t_3)d_{\alpha_2}^+(t_2)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_1\alpha_1}^l \bar{t}_{\beta_2\alpha_2}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_4\beta_1}^{l<}(t, t_3)G_{\beta_2\beta_3}^{r>}(t_2, t_1) + \\
& + \langle d_{\alpha_1}^+(t_3)d_{\alpha_2}(t_2)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_3\alpha_3}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_2\alpha_2}^r G_{\beta_4\beta_3}^{l<}(t, t_1)G_{\beta_1\beta_2}^{r>}(t_3, t_2) - \\
& - \langle d_{\alpha_1}^+(t_3)d_{\alpha_2}(t_2)d_{\alpha_3}(t_1)d_{\alpha_4}^+(t) \bar{t}_{\beta_4\alpha_4}^l t_{\beta_2\alpha_2}^l \bar{t}_{\beta_1\alpha_1}^r t_{\beta_3\alpha_3}^r G_{\beta_4\beta_2}^{l<}(t, t_2)G_{\beta_1\beta_3}^{r>}(t_3, t_1). \quad (16)
\end{aligned}$$

Из-за наличия взаимодействия в H_{QD} корреляторы вида $\langle d^\dagger d d^\dagger d \rangle$, входящие в ур. (9)-(16), не раскрываются по теореме Вика. В общем случае это приводит к слишком громоздкому выражению для тока. Поэтому, имеет смысл ввести некоторые упрощения, которые не влияют на качественную сторону рассматриваемых явлений, до вычисления корреляторов $\langle d^\dagger d d^\dagger d \rangle$.

4 Приближения

Вычислим поправку к току (7) при следующих предположениях.

- 1) Будем считать, что контакты представляют собой ферромагнитный металл с направлениями поляризации вдоль некоторой оси z . При этом пренебрежем влиянием границ контакта на движение электрона внутри него. Тогда, в пренебрежении возможной анизотропией обменного взаимодействия в контакте функция Грина электронов на контакте $G_{k_1 k_2 \sigma_1 \sigma_2}^{m>}(t, t') \equiv -i \langle a_{m k_1 \sigma_1}(t) a_{m k_2 \sigma_2}^+(t') \rangle$ пропорциональна $A(k_1, k_2, t, t') \delta_{\sigma_1, \sigma_2} + B(k_1, k_2, t, t') \sigma_{\sigma_1, \sigma_2}^z$, т.е. диагональна по спиновым индексам σ_1, σ_2 . В этом приближении функции Грина контактов ($m = l, r$)

$$\begin{aligned}
G_{k_1 k_2 \sigma_1 \sigma_2}^{m>}(t, t') & \equiv -i \langle a_{m k_1 \sigma_1}(t) a_{m k_2 \sigma_2}^+(t') \rangle = \\
& = -i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} (1 - n_F^{(m)}(\epsilon_{k_1 \sigma_1})) e^{-i\epsilon_{k_1 \sigma_1}(t - t')} = \\
& = -i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} (1 - n_F^m(\varepsilon)) e^{-i\varepsilon(t-t')} \delta(\varepsilon - \epsilon_{k_1 \sigma_1}) = \\
& \equiv -i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} G_{k_1 \sigma_1}^{m>}(t, t'), \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{k_1 k_2 \sigma_1 \sigma_2}^{m<}(t, t') & \equiv i \langle a_{m k_1 \sigma_1}(t) a_{m k_2 \sigma_2}^+(t') \rangle = \\
& = i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} n_F^m(\epsilon_{k_1 \sigma_1}) e^{-i\epsilon_{k_1 \sigma_1}(t - t')} = \\
& = i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} n_F^m(\varepsilon) e^{-i\varepsilon(t-t')} \delta(\varepsilon - \epsilon_{k_1 \sigma_1}) = \\
& \equiv -i \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \mathcal{Z}_{\sigma_1}^{(m)} G_{k_1 \sigma_1}^{m<}(t, t'). \quad (18)
\end{aligned}$$

Здесь $\epsilon_{k\sigma}$ – точные энергии одночастичных возбуждений в контактах, а $\mathcal{Z}_{\sigma}^{(m)}$ – фактор, учитывающий перенормировку спектральной плотности за счет взаимодействия в контактах.

- 2) Будем считать, что в туннельном барьере нет магнитных примесей. Тогда вероятность переворота спина при туннелировании равна нулю, т.е.

$$t_{k\alpha\sigma_1\sigma_2}^{(l,r)} \equiv t_{k\alpha\sigma_1}^{(l,r)} \delta_{\sigma_1\sigma_2}.$$

- 3) Рассмотрим состояния с двумя электронами на точке. При $\Delta > 2J$ энергия состояния со спином $S = 0$ с двумя электронами на нижнем уровне меньше энергии любого из состояний со спином $S = 1$, т.е. в основном состоянии спин электронов на точке равен нулю. При $\Delta < 2J$ основное состояние имеет $S = 1$. Таким образом, есть возможность наблюдать резкие изменения в свойствах системы, связанные с изменением спина основного состояния точки. Поэтому имеет смысл выбрать напряжения на затворе так, чтобы при низких температурах были существенны только состояния с двумя электронами на точке, т.е. выбрать $N_0 = 2$.

В поправке к току (7) можно выделить два типа вкладов. Первые зависят только от модулей туннельных амплитуд (пропорционален $|t^l|^2|t^r|^2$), а вторые зависят еще и от фаз туннельных амплитуд. В этом смысле вклады первого типа можно назвать “неинтерференционными”, а второго – “интерференционными”. Для выделения эффектов, связанных с зависимостью тока от фаз туннельных амплитуд, удобно рассматривать интерференционную и неинтерференционную части тока отдельно.

В литературе [6, 7] разделяют вклады процессов ко-туннелирования, идущих с изменением энергии электрона (неупругие) и без изменения (упругие). Из-за выполнения закона сохранения энергии всей системы в процессе туннелирования: $\epsilon_1 + E_i = \epsilon_2 + E_f$, где ϵ_1, ϵ_2 – энергии электрона до и после туннелирования, соответственно, E_i, E_f – энергии начального и конечного состояний квантовой точки, неупругое туннелирование обязательно сопровождается изменением энергии квантовой точки, $E_i \neq E_f$, (остается электрон-дырочная пара). Это означает, при неупругом ко-туннелировании меняется квантовое состояние точки $|i\rangle \neq |f\rangle$. В этом смысле можно сказать, что оно является “некогерентным”. Процесс упругого ко-туннелирования может менять состояние точки так, что $|i\rangle \neq |f\rangle$ (переворачивается спин), а может и оставлять состояние квантовой точки неизменным $|i\rangle = |f\rangle$. В последнем случае такое упругое ко-туннелирование можно назвать “когерентным”. В дальнейшем, все вклады в ток будут разделены согласно этой классификации.

5 “Неинтерференционный” вклад в ко-туннелирование

Введем следующее определение ($m = l, r$)

$$\mathcal{T}_{\alpha\sigma}^{m>}(t, t') \equiv \sum_k G_{k\sigma}^{m>}(t, t') \mathcal{Z}_{\sigma}^{(m)} |t_{k\alpha\sigma}^m|^2 = -i \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} (1 - n_F^{(m)}(\varepsilon)) e^{-i\varepsilon(t-t')} \sum_k \mathcal{Z}_{\sigma}^{(m)} \delta(\varepsilon - \epsilon_{k\sigma}) |t_{k\sigma}^m|^2. \quad (19)$$

Т.к. существенна только область вблизи ферми поверхности

$$\mathcal{T}_{\epsilon\sigma}^{m>}(t, t') = \mathcal{T}^{m>}(t - t') g_{\epsilon\sigma}^m, \quad (20)$$

где

$$g_{\epsilon\sigma}^m = \frac{1}{\Delta} \sum_k \mathcal{Z}_\sigma^{(m)} \delta(E_F - \epsilon_{k\sigma}) |t_{k\epsilon\sigma}^m|^2, \quad (21)$$

$$\mathcal{T}^{m>}(t-t') = -i\Delta \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} (1 - n_F^{(m)}(\varepsilon)) e^{-i\varepsilon(t-t')} \quad (22)$$

После упрощения выражений (7)-(16), получим следующее выражение для тока

$$I_{min}^{(4)} = \frac{2}{Z} \int \frac{d\varepsilon_1 d\varepsilon_2}{(2\pi)^2} \left[(1 - n_F^l(\varepsilon_1)) n_F^r(\varepsilon_2) \chi^{<,>}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + (1 - n_F^l(\varepsilon_1)) (1 - n_F^r(\varepsilon_2)) \chi^{<,<}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + \right. \\ \left. + n_F^l(\varepsilon_1) (1 - n_F^r(\varepsilon_2)) \chi^{>,<}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + n_F^l(\varepsilon_1) n_F^r(\varepsilon_2) \chi^{>,>}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \right], \quad (23)$$

где

$$Z = e^{-\beta(\epsilon_1 + \epsilon_2)} (e^{\beta\Delta} + e^{-\beta\Delta} + 3e^{2\beta J} + 1), \quad (24)$$

и

$$\chi^{<,>} \equiv \Delta^2 \text{Re} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \left(\begin{aligned} &+ g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}^+(t_1) d_{\alpha_3}(t_2) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}^+(t_1) d_{\alpha_3}(t_3) \rangle - \\ &- g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}^+(t_2) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}^+(t_2) d_{\alpha_3}(t_3) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_2) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_2) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_3) \rangle - \\ &- g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}^+(t_2) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) \rangle + \\ &+ g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_3}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) \rangle - \\ &- g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) \rangle \end{aligned} \right), \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
\chi^{>,<} \equiv \Delta^2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \left(\right. \\
& + g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t_2) d_{\alpha_1}(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_3}(t_2) d_{\alpha_3}^+(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t_2) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_2}(t_2) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_1) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_2) \rangle + \\
& \left. + g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_3) \rangle \right), \tag{26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi^{>,>} \equiv \Delta^2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \left(\right. \\
& - g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t_2) d_{\alpha_3}(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}^+(t_1) d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}^+(t_1) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}(t_3) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_2}(t_2) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}(t_2) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_1) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_1) \rangle + \\
& + g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}(t_3) \rangle - \\
& - g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_3) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_2) \rangle - \\
& \left. - g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) d_{\alpha_3}(t_3) \rangle \right), \tag{27}
\end{aligned}$$

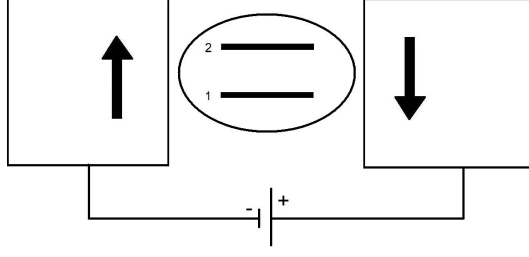


Рис. 2: Схематическое изображение рассматриваемой системы. Стрелками указана поляризация контактов.

$$\begin{aligned}
\chi^{<, <} \equiv \Delta^2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \left(\right. \\
& -g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t_2) \rangle \\
& -g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t_3) \rangle \\
& +g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}^+(t_1) \rangle \\
& -g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_1) \rangle \\
& -g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_3}^r \langle d_{\alpha_1}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_3}(t_2) d_{\alpha_3}^+(t_3) \rangle \\
& +g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}^+(t_2) \rangle \\
& -g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_2) \rangle \\
& +g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) d_{\alpha_2}^+(t_3) \rangle \\
& -g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_2) d_{\alpha_2}(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) d_{\alpha_1}^+(t_3) \rangle \\
& +g_{\alpha_2}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_1}^+(t_1) d_{\alpha_2}^+(t) \rangle \\
& -g_{\alpha_1}^l g_{\alpha_2}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_2}(t_2) d_{\alpha_2}^+(t_1) d_{\alpha_1}^+(t) \rangle \\
& \left. -g_{\alpha_3}^l g_{\alpha_1}^r \langle d_{\alpha_1}(t_3) d_{\alpha_1}^+(t_2) d_{\alpha_3}(t_1) d_{\alpha_3}^+(t) \rangle \right). \tag{28}
\end{aligned}$$

Все величины χ без дополнительных предположений вычисляются аналитически с помощью программы (см Приложение). Ниже приведены результаты для различных поляризаций контактов.

5.1 Антипараллельная конфигурация

Антипараллельной конфигурации поляризаций контактов отвечают следующие значения $g^{l,r}$

$$g_{1,\uparrow}^l = g_{2,\uparrow}^l = g^l, \quad g_{1,\downarrow}^r = g_{2,\downarrow}^r = g^r, \tag{29}$$

$$g_{1,\downarrow}^l = g_{2,\downarrow}^l = g_{1,\uparrow}^r = g_{2,\uparrow}^r = 0. \tag{30}$$

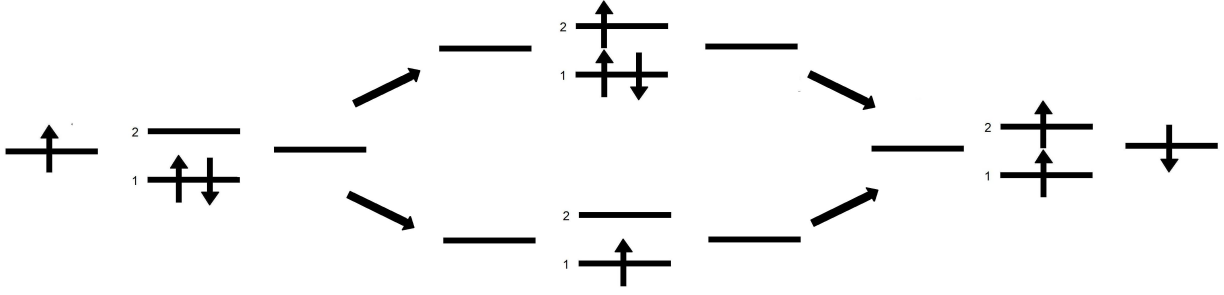


Рис. 3: Пример процесса неупругого ко-туннелирования.

Тогда находим,

$$\begin{aligned}
\chi^{<, >}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= -\frac{4\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} [2\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2J) + \\
&+ \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Delta + 2J) + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \Delta + 2J) + \\
&+ e^{-2\beta J} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - 2J) + e^{\beta(\Delta - 2J)} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \Delta - 2J) + \\
&+ e^{\beta(-\Delta - 2J)} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Delta - 2J)], \tag{31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi^{>, <}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \frac{4\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} [2\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - 2J) + \\
&+ \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Delta - 2J) + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \Delta - 2J) + \\
&+ e^{-2\beta J} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2J) + e^{\beta(\Delta - 2J)} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \Delta + 2J) + \\
&+ e^{\beta(-\Delta - 2J)} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Delta + 2J)], \tag{32}
\end{aligned}$$

и

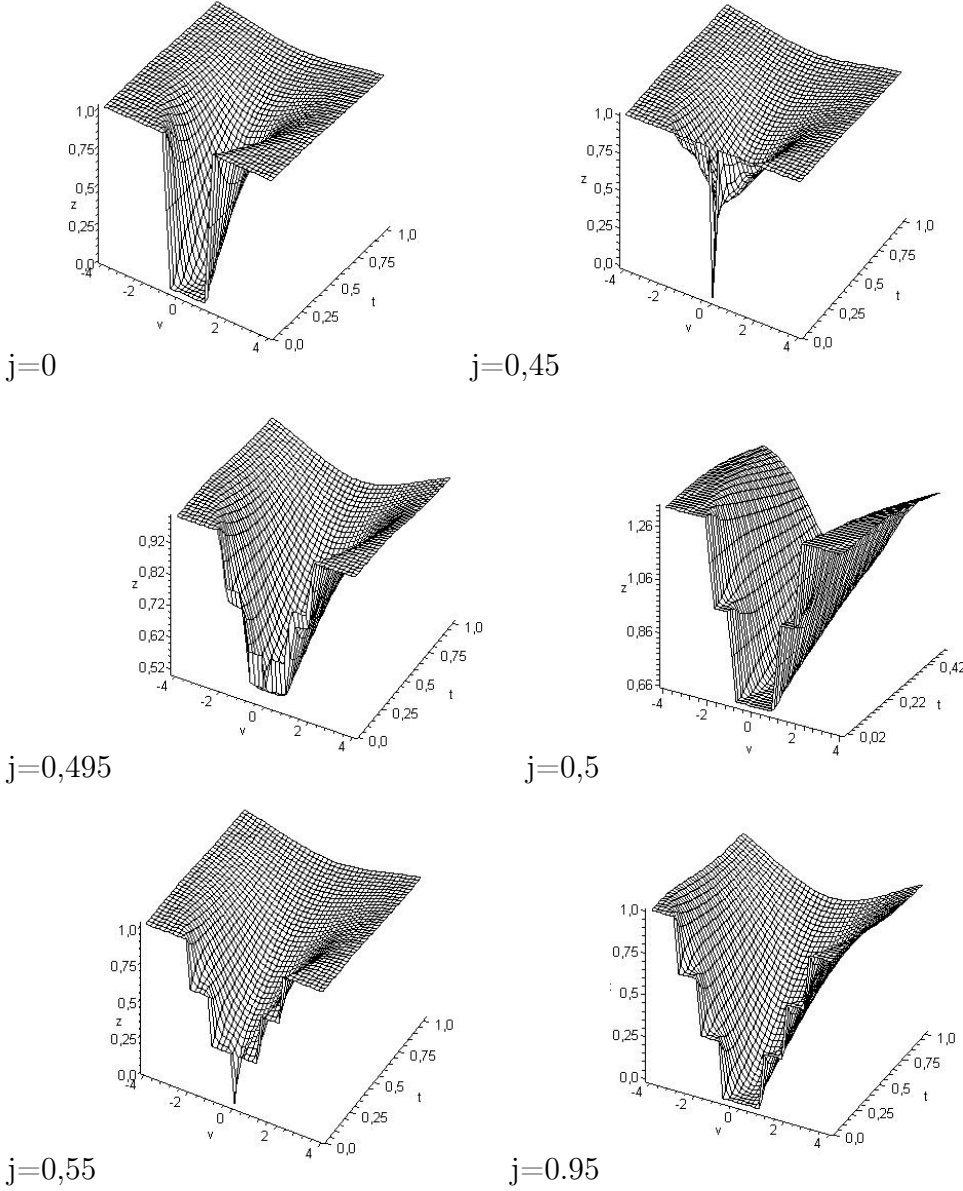
$$\chi^{<<} = \chi^{>>} = 0. \tag{33}$$

Все вклады в $\chi^{<, >}$ и $\chi^{>, <}$ имеют прозрачную интерпретацию. Например, вклад в $\chi^{<, >}$ пропорциональный $\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ соответствует упругому ко-туннелированию, при котором квантовая точка переходит из состояния $|E_6\rangle$ в $|E_7\rangle$. Например, неупругий вклад $\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Delta + 2J)e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)}$ соответствует переходу квантовой точки из состояния $|E_9\rangle$ в $|E_5\rangle$, изображенному на рисунке Рис. 3. Несмотря на то, что этот переход может осуществляться через два виртуальных состояния с тремя (вверху) и одним (внизу) электронами, в нашем приближении больших E_c оба они дают одинаковый вклад в ток, т.к. энергии виртуальных состояний в главном порядке одинаковы и равны E_c . Используя (23), находим

$$\begin{aligned}
I_{nin}^{(4)} &= -\frac{2\Delta^2 g^l g^r}{\pi Z E_c^2} e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} [2F(eV) + F(eV + 2J) + F(eV - \Delta + 2J) + \\
&+ F(eV + \Delta + 2J) + e^{-2\beta J} F(eV - 2J) + e^{\beta(\Delta - 2J)} F(eV + \Delta - 2J) + \\
&+ e^{\beta(-\Delta - 2J)} F(eV - \Delta - 2J)] - (V \rightarrow -V) \tag{34}
\end{aligned}$$

$$= -\frac{2\Delta^3 g^l g^r}{\pi E_c^2} \left[I_{nin}^{(inel)}(J/\Delta, T/\Delta, eV/\Delta) - \frac{2eV}{\Delta} \right] \tag{35}$$

Рис. 4: Зависимость дифференциального кондактанса $z = dI_{nd}/dv$ от $v = eV/\Delta$ и $t = T/\Delta$ для антипараллельной конфигурации при $j = J/\Delta = 0, 0.45, 0.495, 0.5, 0.55, 0.95$.



где $F(x) = \frac{x}{e^{\beta x} - 1}$, $I_{nin}^{inel}(J/\Delta, T/\Delta, eV/\Delta)$ – безразмерная (для удобства представления на графиках Рис. 4) функция. Заметим, что упругие процессы дают тривиальный сдиг дифференциального кондактанса на константу. “Ступени” на графиках для дифференциального кондактанса 4 отвечают последовательному “включению” различных неупругих процессов при повышении напряжения.

Наибольший интерес представляет режим $\Delta = 2J - \kappa : |eV|, T, |\kappa| \ll \Delta, J$. В этом случае

$$I_{nin}^{(inel)} = \frac{2e^{\beta\kappa} \Delta^2 g^l g^r}{(1 + 3e^{\beta\kappa}) \pi E_c^2} \left[(eV + \kappa) \frac{1 - e^{eV/T}}{1 - e^{(eV+\kappa)/T}} + (eV - \kappa) \frac{1 - e^{-eV/T}}{1 - e^{(-eV+\kappa)/T}} \right] \quad (36)$$

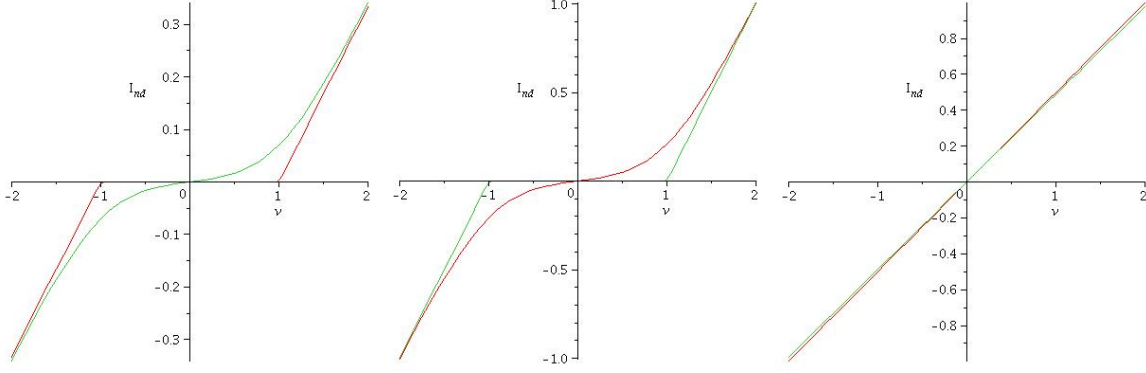


Рис. 5: График асимптотических выражений (36)

Асимптотики при $|\kappa| \gg T$ имеют следующий вид: При $\kappa \neq 0$

$$I_{nin}^{(inel)} = \begin{cases} 2c_\kappa e^{-\beta|\kappa|} (|\kappa| \operatorname{sh} \beta eV + v[1 - \operatorname{ch} \beta eV]), & |eV| < |\kappa| \\ c_\kappa (eV - |\kappa| \operatorname{sgn}(eV)), & |eV| > |\kappa| \end{cases} \quad (37)$$

$$c_\kappa = \begin{cases} 1/3, & \kappa > 0 \\ 1, & \kappa < 0 \end{cases}$$

а при $\kappa = 0$ ток принимает особенно простой вид $I_{nin}^{(inel)} = eV/2$, так как процесс переворота спина становится упругим. По этой же причине проводимость не обращается в ноль при $V = 0$. Выражения для асимптотик (37) воспроизводят экспоненциальное подавление проводимости по расстоянию между уровнями (в нашем случае равному $|\kappa|$ — разности энергий триплетного и синглетного, вида $|E_9\rangle$, состояний) при низких температурах, полученное в работе [9].

5.2 Параллельная конфигурация

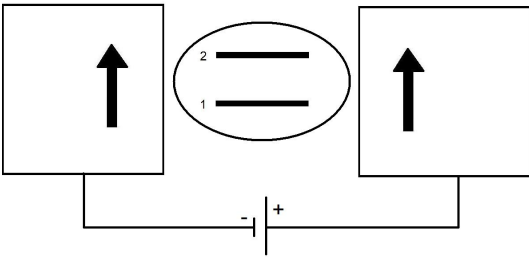


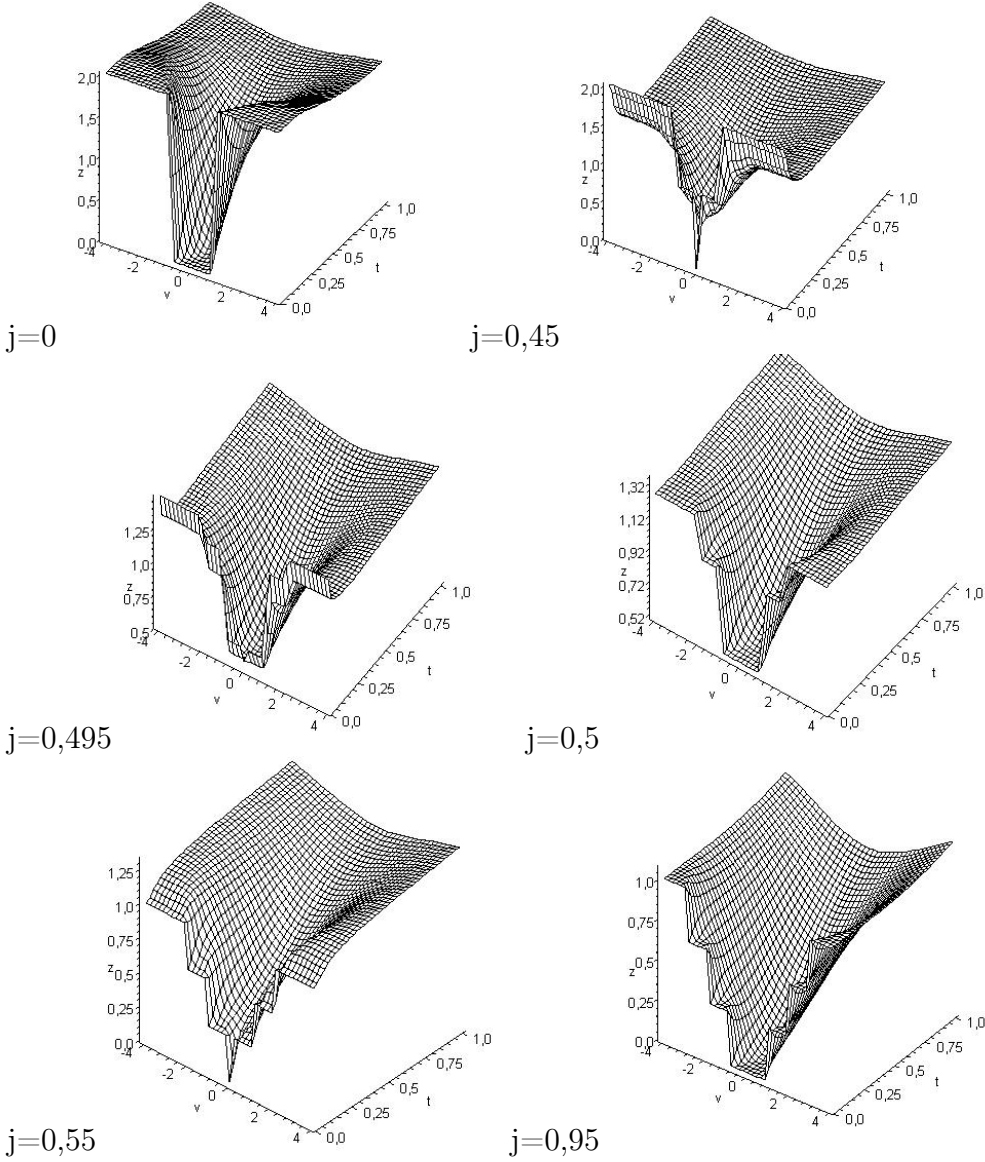
Рис. 6: Схематическое изображение рассматриваемой системы. Стрелками указана поляризация контактов.

Параллельной конфигурации поляризаций контактов отвечают следующие значения $g^{l,r}$

$$g_{1,\uparrow}^l = g_{2,\uparrow}^l = g^l, \quad g_{1,\uparrow}^r = g_{2,\uparrow}^r = g^r \quad (38)$$

$$g_{1,\downarrow}^l = g_{2,\downarrow}^l = g_{1,\downarrow}^r = g_{2,\downarrow}^r = 0 \quad (39)$$

Рис. 7: Зависимость дифференциального кондактанса $z = dI_{nd}/dv$ от $v = eV/\Delta$ и $t = T/\Delta$ для параллельной конфигурации при $j = J/\Delta = 0, 0.45, 0.495, 0.5, 0.55, 0.95$.



$$\begin{aligned}
 \chi^{\langle \rangle} = & -\frac{2\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} e^{-\beta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J)} [2\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - 2J) + \\
 & + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_2 + \epsilon_1 - 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_2 - \epsilon_1 - 2J) + \\
 & + e^{-2\beta J} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_2 - \epsilon_1)) + \\
 & + e^{\beta(\Delta - 2J)} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2 + 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2)) + \\
 & + e^{-\beta(\Delta + 2J)} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_2 - \epsilon_1 + 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_2 - \epsilon_1))] \quad (40)
 \end{aligned}$$

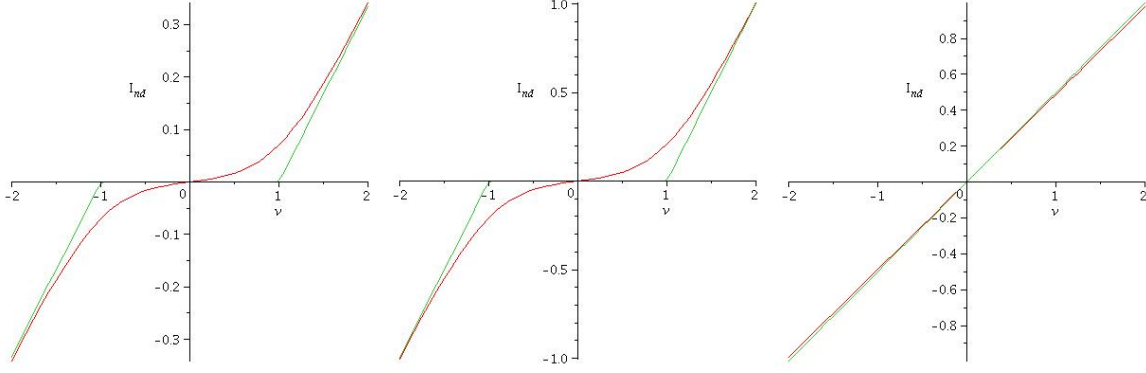


Рис. 8: График асимптотических выражений (45)

$$\begin{aligned}
\chi^{><} &= -\frac{2\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} e^{-\beta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J)} [2\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + 2J) + \\
&+ \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_2 + \epsilon_1 + 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \Delta + 2J) + \\
&+ e^{-2\beta J} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \Delta) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \Delta)) + \\
&+ e^{\beta(\Delta - 2J)} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \Delta - 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \Delta)) + \\
&+ e^{-\beta(\Delta + 2J)} (\delta(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \Delta - 2J) + \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 - \Delta))] \quad (41)
\end{aligned}$$

$$\chi^{<<} = \chi^{>>} = 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned}
I_{nin}^{(4)} &= -\frac{\Delta^2 g^l g^r}{\pi Z E_c^2} e^{-\beta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - 2J)} [2F(eV) + F(eV + 2J) + \\
&+ F(eV - \Delta + 2J) + F(eV + \Delta + 2J) + \\
&+ e^{-2\beta J} (F(eV - 2J) + F(eV + \Delta) + F(eV - \Delta)) + \\
&+ e^{\beta(\Delta - 2J)} (F(eV) + F(eV + \Delta - 2J) + F(eV + \Delta)) + \\
&+ e^{-\beta(\Delta + 2J)} (F(eV) + F(eV - \Delta - 2J) + F(eV - \Delta))] - (V \rightarrow -V) \quad (43)
\end{aligned}$$

$$= -\frac{\Delta^2 g^l g^r}{\pi Z E_c^2} \left[I_{nin}^{(inel)}(J/\Delta, T/\Delta, eV/\Delta) - \frac{eV}{\Delta} (2 + e^{-\beta(\Delta + 2J)} + e^{\beta(\Delta - 2J)}) \right] \quad (44)$$

В выражении (44) появляются дополнительные слагаемые $\propto F(eV \pm \Delta)$ по сравнению с антипараллельной конфигурацией. Они соответствуют переходам синглет-синглет (например, $|E_8\rangle \rightarrow |E_9\rangle$) с переходом одного электрона на другой уровень.

При $\Delta = 2J - \kappa : |eV|, T, |\kappa| \ll \Delta, J$

$$\begin{aligned}
I_{nin}^{(inel)} &= \frac{-\Delta^2 g^l g^r}{\pi E_c^2 (1 + 3e^{\beta\kappa})} \left[(1 + 2e^{\beta\kappa}) 2eV + e^{\beta\kappa} \left((eV - \kappa) \left(\frac{e^{-\beta\kappa}}{1 - e^{\beta(-eV + \kappa)}} + \right. \right. \right. \\
&+ \left. \left. \frac{1}{1 - e^{\beta(eV - \kappa)}} \right) + (eV + \kappa) \left(\frac{e^{-\beta\kappa}}{1 - e^{\beta(eV + \kappa)}} + \frac{1}{1 - e^{-\beta(eV + \kappa)}} \right) \right) \right] \quad (45)
\end{aligned}$$

В случае $|\kappa|, |eV|, T \ll \Delta$ дополнительные слагаемые $\propto F(eV \pm \Delta)$ не дают вклада в ток, так как подавлены по параметру $e^{-\beta\Delta}$

6 “Интерференционный” вклад в ко-туннелирование

6.1 Антипараллельная конфигурация

Определим разность фаз туннельных амплитуд следующим образом:

$$\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^l t_{\beta_2 2 \uparrow}^l = |\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^l| |t_{\beta_2 2 \uparrow}^l| e^{i\phi}$$

$$\bar{t}_{\beta_1 1 \downarrow}^r t_{\beta_2 2 \downarrow}^r = |\bar{t}_{\beta_1 1 \downarrow}^r| |t_{\beta_2 2 \downarrow}^r| e^{i\psi}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \chi^{<>} &= -\frac{4\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} \cos(\psi - \phi) [\delta(2J + \varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} \\ &+ \delta(-2J - \varepsilon_2 + \varepsilon_1) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)}] \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \chi^{><} &= \frac{4\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} \cos(\psi - \phi) [\delta(2J - \varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} \\ &+ \delta(-2J + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \delta(-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)}] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\chi^{<<} = \chi^{>>} = 0 \quad (48)$$

Используя (23), находим

$$\begin{aligned} I_{in}^{(4)} &= -\frac{4\pi\Delta^2 g^l g^r}{Z E_c^2} \cos(\psi - \phi) [F(2J + eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} \\ &+ F(-2J + eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - F(eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - (V \rightarrow -V)] \end{aligned} \quad (49)$$

Заметим, что выражение для тока (49) содержит вклады за счет неупругих процессов вида $F(2J \pm eV)$. Объясняется это тем, что некоторые неупругие переходы (например, из состояния $|E_9\rangle$ в состояние $|E_8\rangle$) могут происходить двумя путями, что вызывает зависимость от фаз туннельных амплитуд. Дополнительные вклады приводят к домножению высот соответствующих ступеней на $(1 \pm \cos(\phi - \psi))$. Никаких дополнительных экстремумов не наблюдается, так как $(1 \pm \cos(\phi - \psi))$ неотрицательно при любых значениях ϕ и ψ .

6.2 Параллельная конфигурация

Определим разность фаз туннельных амплитуд следующим образом:

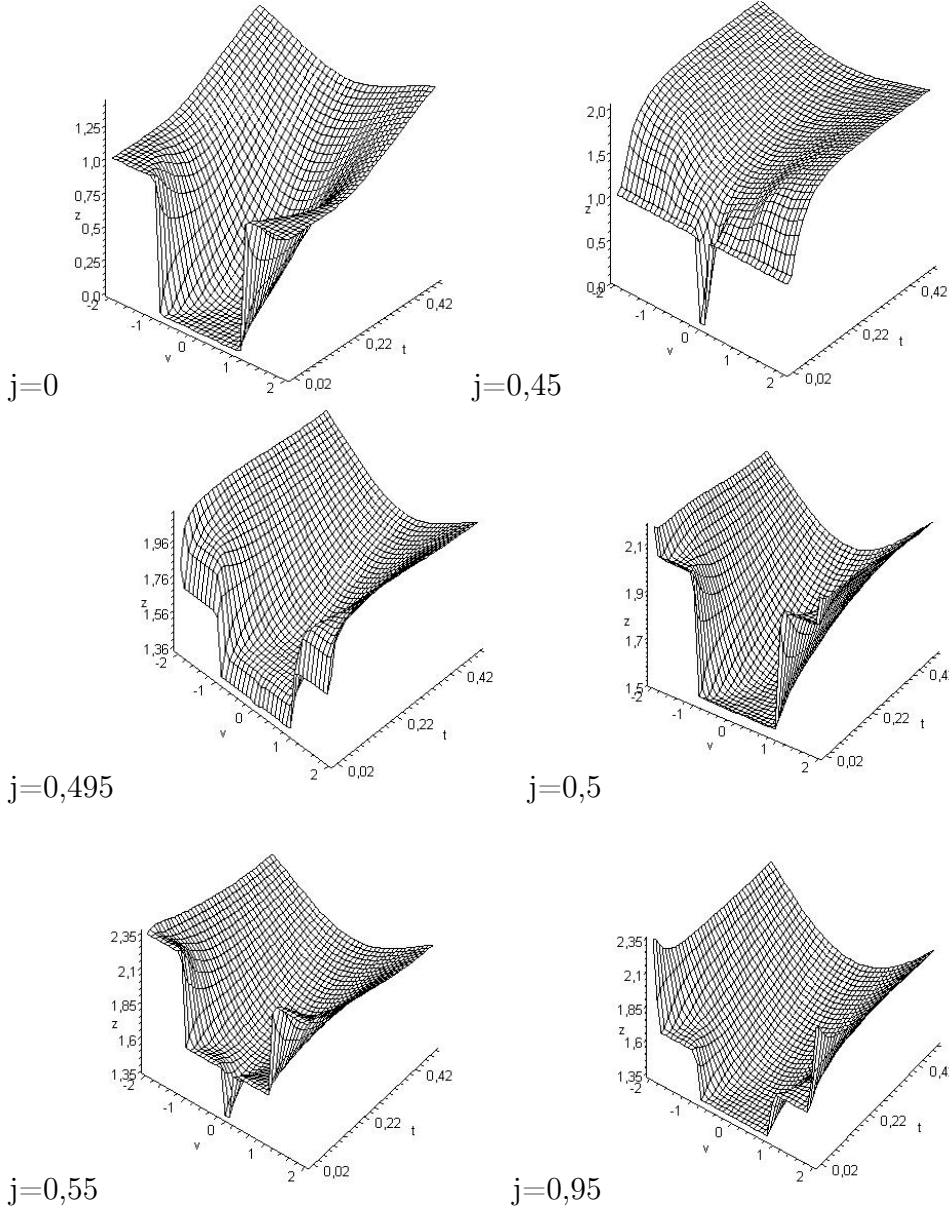
$$\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^l t_{\beta_2 2 \uparrow}^l = |\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^l| |t_{\beta_2 2 \uparrow}^l| e^{i\phi}$$

$$\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^r t_{\beta_2 2 \uparrow}^r = |\bar{t}_{\beta_1 1 \uparrow}^r| |t_{\beta_2 2 \uparrow}^r| e^{i\psi}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \chi^{<>} &= \frac{2\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} \cos(\psi - \phi) [2\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - \delta(2J - \varepsilon_2 + \varepsilon_1) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - \\ &- \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-2\beta\varepsilon_2} - \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-2\beta\varepsilon_1} - \delta(-2J + \varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}] \end{aligned} \quad (50)$$

Рис. 9: Зависимость полного дифф. кондактанса $z = dI_{nd}/dv$ от $v = eV/\Delta$ и $t = T/\Delta$ для антипараллельной конфигурации при $\phi - \psi = 0$ и $j = J/\Delta = 0, 0.45, 0.495, 0.5, 0.55, 0.95$.



$$\chi^{>>} = -\frac{2\pi\Delta^2 g^l g^r}{E_c^2} \cos(\psi - \phi) [2\delta(-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - \delta(2J + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - \delta(-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-2\beta\varepsilon_2} - \delta(-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-2\beta\varepsilon_1} - \delta(-2J - \varepsilon_1 + \varepsilon_2) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}] \quad (51)$$

$$\chi^{<<} = \chi^{>>} = 0 \quad (52)$$

Используя (23), находим

$$I_{in}^{(4)} = \frac{2\pi\Delta^2 g^l g^r}{ZE_c^2} \cos(\psi - \phi) [2F(eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - F(2J + eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2J)} - F(eV) e^{-2\beta\varepsilon_2} - F(eV) e^{-2\beta\varepsilon_1} - F(-2J + eV) e^{-\beta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - (V \rightarrow -V)] \quad (53)$$

Интерференционный вклад в ток приводит к тем же изменениям, что и для антипараллельной конфигурации.

7 Заключение

В данной работе аналитически вычислен ток через двухуровневую точку вблизи двухкратного заполнения с ферромагнитными контактами (как в случае параллельных, так и антипараллельных намагниченностей) в четвертом порядке теории возмущений по туннельным амплитудам в режиме сильной кулоновской блокады. В обоих случаях параллельной и антипараллельной конфигураций, “интерференционный” вклад в дифференциальный кондактанс имеет минимум на малых напряжениях и низких температурах $T \ll \Delta$. Вблизи перехода между синглетным и триплетным основными состояниями ($|\kappa|, |eV|, T \ll \Delta, J$) ширина этого минимума определяется абсолютной величиной $\kappa = 2J - \Delta$ щели между синглетным и триплетным двухчастичными состояниями. При этом зависимость дифференциального кондактанса похожа на найденную в работе [9] для двухуровневой квантовой точки при $J = 0$, если заменить одночастичную щель Δ на двухчастичную $|\kappa|$. В случае низких температур $T \ll |\kappa|$, неупругий вклад в кондактанс подавлен по параметру $\exp(-|\kappa|/T)$ по сравнению с упругим вкладом. Однако, при температурах $T \sim |\kappa| \ll \Delta$ неупругий и упругий вклад в кондактанс становятся одного порядка за счет того, что процесс переворота спина становится почти упругим, в отличие от ситуации при $J = 0$.

Интересно заметить, что “интерференционный” вклад в ток (47) и (53) содержит неупругие вклады $\propto F(eV \pm 2J)$. Это связано с наличием собственных состояний вида $|E_7\rangle, |E_8\rangle$ которые позволяют совершать неупругие переходы несколькими путями, что приводит к чувствительности вероятностей этих переходов к фазам туннельных амплитуд. Это отличает рассматриваемую ситуацию от стандартной [6], в которой только упругие вклады содержат зависимость от фаз амплитуд туннелирования.

На графиках 9 отчетливо видно монотонное поведение полного дифференциального кондактанса. Интерференционный вклад в ток не приводит к появлению дополнительных экстремумов.

Вычисления дифференциального кондактанса, проведенные в работе [11] с помощью численного решения реитовых уравнений, показали, что в случае антипараллельной конфигурации намагниченностей контактов (в отличие от параллельной) имеется пик дифференциального кондактанса с шириной порядка T . Возможным объяснением этого несоответствия, является то, что решение реитовых уравнений, в отличие от теории возмущений, приводит к неаналитическому по туннельным амплитудам выражению для тока. Также в работе [11] были учтены переходы между одним и тем же контактом, которые не дают прямого вклада в ток, но меняя полную ширину уровней на точке, входят в ответ при решении реитовых уравнений.

8 Приложение

Программа выполнена в Maple v12.0.

```
b[0] := 1 : b[1] := 1 : b[2] := 0 : b[3] := 0 : b[4] := 2 :
a[0] := { } : a[1] := {1} : a[2] := {2} : a[3] := {3} : a[4] := {4} : a[5] := {1, 2} : a[6] := {1,
3} :
a[7] := {1, 4} : a[8] := {2, 3} : a[9] := {2, 4} : a[10] := {3, 4} : a[11] := {1, 2, 3} : a[12]
:= {1, 2, 4} :
a[13] := {1, 3, 4} : a[14] := {2, 3, 4} : a[15] := {1, 2, 3, 4} :
f[0] := -i·rv[1]-β : f[1] := i·(rv[1]- rv[2]) : f[2] := i·(rv[2]- rv[3]) : f[3] := i·(rv[3]- rv[4]) :
f[4] := i·rv[4] :
en[0] := 0 : en[1] := e1 : en[2] := e1 : en[3] := e2 : en[4] := e2 :
en[5] := 2·e1 : en[6] := e1 + e2 : en[7] := e1 + e2 : en[8] := e1 + e2 :
en[9] := e1 + e2 : en[10] := 2·e2 : en[11] := (2 e1 + e2) : en[12] := (2 e1 + e2) :
en[13] := (2 e2 + e1) : en[14] := (2 e2 + e1) : en[15] := 2·(e1 + e2) :
o[1] := {1} : o[2] := {2} : o[3] := {3} : o[4] := {4} :
β := ( tq) :
rv[1] := ln( y[0]) : rv[2] := ln( y[1]) : rv[3] := ln( y[2]) : rv[4] := ln( y[3]) :
for io from 0 by 1 to 4 do
  for jo from 1 by 1 to 2 do
    ok[io][jo] := 1;
  end do; end do;
for i from 1 by 1 to 8 do v[i][0] := 1 : v[i][1] := 1 : v[i][2] := 0 : v[i][3] := 0 : end do;
for i from 9 by 1 to 16 do v[i][0] := 1 : v[i][1] := 0 : v[i][2] := 1 : v[i][3] := 0 : end do;
for i from 17 by 1 to 20 do v[i][0] := 1 : v[i][1] := 0 : v[i][2] := 0 : v[i][3] := 1 : end do;
for i from 21 by 1 to 28 do v[i][0] := 0 : v[i][1] := 1 : v[i][2] := 0 : v[i][3] := 1 : end do;
for i from 29 by 1 to 36 do v[i][0] := 0 : v[i][1] := 0 : v[i][2] := 1 : v[i][3] := 1 : end do;
for i from 37 by 1 to 48 do v[i][0] := 0 : v[i][1] := 1 : v[i][2] := 1 : v[i][3] := 0 : end do;

for i from 1 by 1 to 2 do ym[i][0] := x0 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end do;
for i from 3 by 1 to 4 do ym[i][0] := x1 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end do;
for i from 5 by 1 to 6 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x3 : end do;
for i from 7 by 1 to 8 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x2 : end do;
for i from 9 by 1 to 10 do ym[i][0] := x0 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end do;
for i from 11 by 1 to 12 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x3 : end
do;
for i from 13 by 1 to 14 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x2 : end
do;
for i from 15 by 1 to 16 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x1 : end
do;
for i from 17 by 1 to 18 do ym[i][0] := x0 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end
do;
for i from 19 by 1 to 20 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x0 : end
do;
for i from 21 by 1 to 22 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x0 : end
do;
for i from 23 by 1 to 24 do ym[i][0] := x1 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end
do;
for i from 25 by 1 to 26 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x3 : end
do;
for i from 27 by 1 to 28 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x2 : end
do;
for i from 29 by 1 to 30 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x0 : end
```

```

do:
for i from 31 by 1 to 32 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x5 : end
do:
for i from 33 by 1 to 34 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x2 : end
do:
for i from 35 by 1 to 36 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x1 : end
do:
for i from 37 by 1 to 38 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x3 : end
do:
for i from 39 by 1 to 40 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x1 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x2 : end
do:
for i from 41 by 1 to 42 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x2 : ym[i][2] := x0 : ym[i][3] := x1 : end
do:
for i from 43 by 1 to 44 do ym[i][0] := x1 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x2 : ym[i][3] := x3 : end
do:
for i from 45 by 1 to 46 do ym[i][0] := x2 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x3 : end
do:
for i from 47 by 1 to 48 do ym[i][0] := x3 : ym[i][1] := x0 : ym[i][2] := x1 : ym[i][3] := x2 : end
do:

```

```

i := 1 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 3 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := -1 :
i := 2 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 3 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := 1 :
i := 3 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 4 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 5 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 6 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 7 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 8 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 9 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 2 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := 1 :
i := 10 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 2 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := -1 :
i := 11 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := 1 :
i := 12 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := -1 :
i := 13 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := 1 :
i := 14 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := -1 :
i := 15 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 1 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := 1 :
i := 16 : tm[i][0] := 1 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := -1 :
i := 17 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := -1 :
i := 18 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 4 : sg[i] := 1 :
i := 19 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := 1 :
i := 20 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 4 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := -1 :
i := 21 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 3 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := -1 :
i := 22 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 3 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := 1 :
i := 23 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 24 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 25 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 26 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 27 : tm[i][0] := 2 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := -1 :
i := 28 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 2 : tm[i][3] := 3 : sg[i] := 1 :
i := 29 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 2 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := 1 :
i := 30 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 2 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 1 : sg[i] := -1 :
i := 31 : tm[i][0] := 3 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 4 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := -1 :
i := 32 : tm[i][0] := 4 : tm[i][1] := 1 : tm[i][2] := 3 : tm[i][3] := 2 : sg[i] := 1 :

```



```

i := 36 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 1 :
i := 37 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
i := 38 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 39 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
i := 40 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 41 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
i := 42 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 43 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 44 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
i := 45 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 46 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
i := 47 : di[i][0] := 0 : di[i][1] := 1 :
i := 48 : di[i][0] := 1 : di[i][1] := 0 :
Gr[1][1] := 0 : Gr[1][2] := 0 : Gr[1][3] := 0 : Gr[1][4] := 0 :
Gr[2][1] := 0 : Gr[2][2] := 1 : Gr[2][3] := 0 : Gr[2][4] := 0 :
Gr[3][1] := 0 : Gr[3][2] := 0 : Gr[3][3] := 0 : Gr[3][4] := 0 :
Gr[4][1] := 0 : Gr[4][2] := 0 : Gr[4][3] := 0 : Gr[4][4] := 1 :
Gl[1][1] := 0 : Gl[1][2] := 0 : Gl[1][3] := 0 : Gl[1][4] := 0 :
Gl[2][1] := 0 : Gl[2][2] := 1 : Gl[2][3] := 0 : Gl[2][4] := 0 :
Gl[3][1] := 0 : Gl[3][2] := 0 : Gl[3][3] := 0 : Gl[3][4] := 0 :
Gl[4][1] := 0 : Gl[4][2] := 0 : Gl[4][3] := 0 : Gl[4][4] := 1 :
fcs := 0 :
for ct from 1 by 1 to 48 do
  b := v[ct] : y := ym[ct] : rv[1] := (y[0]) : rv[2] := (y[1]) : rv[3] := (y[2]) : rv[4] := (y[3]) :
  fs := 0 : n0 := 2 : Mn := 0 :
  f[0] := i·rv[4]-i·rv[1]-β : f[1] := i·(rv[1]-rv[2]) : f[2] := i·(rv[2]-rv[3]) : f[3] := i·(rv[3]-
  -rv[4]) : f[4] := 0 : sm := 0 :
  for c[0] from 1 by 1 to 4 do
    for c[1] from 1 by 1 to 4 do
      for c[2] from 1 by 1 to 4 do
        for c[3] from 1 by 1 to 4 do
          as := Gl[c[tm[ct][0]-1]][c[tm[ct][1]-1]]·Gr[c[tm[ct][2]-1]][c[tm[ct][3]-1]] :
          if (as ≠ 0) and (di[ct][0]=1) and (di[ct][1]=0) then
            sm := 0 :
            as := sg[ct]·as :
            if di[ct][0]=0 then as := i·as·nf(ε1) : else as := -i·(nmf(ε1))·as : end if :
            if di[ct][1]=0 then as := i·as·nf(ε2) : else as := -i·as·(nmf(ε2)) : end if :
            for i from 5 by 1 to 10 do
              for t[1] from 0 by 1 to 1 do
                for t[2] from 0 by 1 to 1 do
                  for t[3] from 0 by 1 to 1 do
                    db := 0 : s := a[i] : q := 1 :
                    for k from 0 by 1 to 3 do
                      for x from 0 to 15 do if s = a[x] then q := q·een[x]·f[k] : end if : end do :
                      if nops(s) = 1 or nops(s) = 3 then q := okta[k][1]·q·e- $\frac{3J}{4}$ ·f[k] : end if :
                      if s = a[8] then db := db + 1 : if t[db] = 0 then q

```

```

:=  $\frac{q \cdot (okta[k][1] \cdot e^{-2 \cdot J \cdot f[k]} + okta[k][2])}{2}$  else  $q := \frac{q \cdot (okta[k][1] \cdot e^{-2 \cdot J \cdot f[k]} - okta[k][2])}{2}$ ;  $s$ 
:=  $a[7]$  end if, else
   if  $s = a[7]$  then  $db := db + 1$ ; if  $t[db] = 0$  then  $q$ 
:=  $\frac{q \cdot (okta[k][1] \cdot e^{-2 \cdot J \cdot f[k]} + okta[k][2])}{2}$  else  $q := \frac{q \cdot (okta[k][1] \cdot e^{-2 \cdot J \cdot f[k]} - okta[k][2])}{2}$ ;  $s$ 
:=  $a[8]$  end if, end if, end if;
   if  $s = a[6]$  or  $s = a[9]$  then  $q := okta[k][1] \cdot q \cdot e^{-2 \cdot J \cdot f[k]}$ ; end if;
   if  $s = a[5]$  or  $s = a[10]$  then  $q := okta[k][1] \cdot q$ ; end if;

   for  $ix$  from 0 by 1 to 3 do
     if  $evalb(c[k] \in o[ix + 1])$  then  $l := ix$ ; end if, end do;
      $ok := evalb(c[k] \in s)$ ;
     for  $iy$  from 0 by 1 to 3 do
       if  $evalb(o[iy + 1] \subseteq s)$  and  $(iy < l)$  and  $(k \neq 4)$  then  $q := (-1) \cdot q$ ; end if, end do;
       if  $b[k] = 1$  then if  $ok$  then  $q := 0$  else  $s := s \cup \{c[k]\}$  end if, end if;
       if  $b[k] = 0$  then if not  $ok$  then  $q := 0$  else  $s := s \setminus \{c[k]\}$  end if, end if;
     end do;
     if  $s \neq a[i]$  then  $q := 0$ ; end if;
      $n := nops(a[i])$ ;
     if  $n \neq 2$  then  $q := 0$ ; end if;
      $pr := 1$ ;  $zn := 0$ ;
     for  $r$  from 0 by 1 to 4 do
        $pr := pr \cdot e^{(f[r] \cdot Ec \cdot (n0 - n + zn)^2)}$ ;
        $zn := zn + (-1)^{b[r]}$ ;
     end do;
      $q := q \cdot pr$ ;

      $q := q \cdot e^{i \cdot \epsilon_1 \cdot (n[m[cr][0]] - n[m[cr][1]])} \cdot e^{i \cdot \epsilon_2 \cdot (n[m[cr][2]] - n[m[cr][3]])}$ ;
     if  $q \neq 0$  then
       for  $okt[0][1]$  from 0 by 1 to 1 do
          $okt[0][2] := (okt[0][1] + 1) \bmod 2$ ;
       for  $okt[1][1]$  from 0 by 1 to 1 do
          $okt[1][2] := (okt[1][1] + 1) \bmod 2$ ;
       for  $okt[2][1]$  from 0 by 1 to 1 do
          $okt[2][2] := (okt[2][1] + 1) \bmod 2$ ;
       for  $okt[3][1]$  from 0 by 1 to 1 do
          $okt[3][2] := (okt[3][1] + 1) \bmod 2$ ;

        $qta := eval(q, okta = okt)$ ;
       if  $qta \neq 0$  then
          $E3 := simplify \left( eval \left( \frac{(-i \cdot \overline{x3} \cdot qta)}{qta}, [x1 = 0, x0 = 0, x2 = 0, x3 = 0, tq = 0] \right) \right)$ ;
       end if;
     end if;

```

$$\begin{aligned}
& + E3 \Big); \\
& E2 := \text{simplify} \left(\text{eval} \left(\frac{(-i \cdot \overline{x2} (qta))}{qta}, [x1=0, x0=0, x2=0, x3=0, tq=0] \right) \right. \\
& \left. + E2 \Big); \\
& E1 := \text{simplify} \left(\text{eval} \left(\frac{(-i \cdot \overline{x1} (qta))}{qta}, [x1=0, x0=0, x2=0, x3=0, tq=0] \right) \right. \\
& \left. + E2 \Big); \\
& Ec1 := \frac{\overline{Ec}}{Ec} E1; Ec2 := \frac{\overline{Ec}}{Ec} E2; Ec3 := \frac{\overline{Ec}}{Ec} E3; \\
& \text{if} \left(\frac{\overline{Ec}}{Ec} E1 = 0 \right) \text{and} \left((E1=0) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_1} E1 \neq 0 \right) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_2} E1 \neq 0 \right) \right) \text{then } Mn \\
& := \frac{\delta(E1)}{Ec2 \cdot Ec3} \text{end if}; \\
& \text{if} \left(\frac{\overline{Ec}}{Ec} E2 = 0 \right) \text{and} \left((E2=0) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_1} E2 \neq 0 \right) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_2} E2 \neq 0 \right) \right) \text{then } Mn \\
& := \frac{\delta(E2)}{Ec1 \cdot Ec3} \text{end if}; \\
& \text{if} \left(\frac{\overline{Ec}}{Ec} E3 = 0 \right) \text{and} \left((E3=0) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_1} E3 \neq 0 \right) \text{or} \left(\frac{\overline{Ec}}{\epsilon_2} E3 \neq 0 \right) \right) \text{then } Mn \\
& := \frac{\delta(E3)}{Ec2 \cdot Ec1} \text{end if}; \\
& sm := sm + \frac{\text{eval}(qta, [x1=x0, x2=x0, x3=x0]) \cdot Mn}{(2^3 - db)}, \\
& \text{end if}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end if}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& \text{end do}; \\
& s := \{c[0], c[1], c[2], c[3]\}; \\
& \text{if} (sm \neq 0) \text{then} \\
& fs := as \cdot sm; \\
& fcs := fcs + fs; \\
& \text{end if};
\end{aligned}$$

```
    end if;
  end do;
end do;
end do;
end do;
print( simplify( $\pi$ ·eval(fcs)));
```

Список литературы

- [1] А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, 1987.
- [2] J. Kondo, *Resistance Minimum in Dilute Magnetic Alloys*, Progr. Theor. Phys. **32**, 37 (1964).
- [3] G.H. Jonker, J.H. Van Santen, *Ferromagnetic compounds of manganese with perovskite structure*, Physica **16**, 337 (1950).
- [4] A. Fert, Rev. Mod. Phys., *Nobel Lecture: Origin, development, and future of spintronics*, **80**, 1517 (2008); P.A. Grünberg, Rev. Mod. Phys., *Nobel Lecture: From spin waves to giant magnetoresistance and beyond**, **80**, 1531 (2008).
- [5] . И.О. Кулик, Р.И. Шехтер, ЖЭТФ **68**, 623 (1975).
- [6] D.V. Averin, A.A. Odintsov, Phys. Lett. A, *Macroscopic quantum tunneling of the electric charge in small tunnel junctions*, **140**, 251(1989); D.V. Averin, Yu.V. Nazarov, Phys. Rev. Lett., *Virtual electron diffusion during quantum tunneling of the electric charge*, **65**, 2446 (1990).
- [7] L.I. Glazman and M. Pustilnik in *New Directions in Mesoscopic Physics (Towards to Nanoscience)*, eds. R. Fazio, G. F. Gantmakher and Y. Imry (Kluwer, Dordrecht, 2003).
- [8] J. Martinek, Y. Utsumi, H. Imamura, J. Barnas, S. Maekawa, J. König, and G. Schön, Phys. Rev. Lett., *Kondo effect in quantum dots coupled to ferromagnetic leads*, **91**, 127203, (2003).
- [9] K. Kang, B. I. Min, Phys. Rev. B *Effect of quantum confinement on electron tunneling through a quantum dot*, **55**, 15412–15415 (1997)
- [10] I. Weymann, J. Barnas, J. Phys. *Spin-polarized transport through magnetic nanostructures* Condens. Matter **20**, 423202 (2008)
- [11] I. Weymann *Cotunneling through two-level quantum dots weakly coupled to ferromagnetic leads* Europhys. Lett. **76**, 1200 (2006)
- [12] Hamaya K., Kitabatake M., Shibata K., Jung M., Kawamura M., Ishida S., Taniyama T., Hirakawa K., Arakawa Y., and Machida T. *Oscillatory changes in the tunneling magnetoresistance effect in semiconductor quantum-dot spin valves* Phys. Rev. B **77** 081302(R) (2008)