Московский физико-технический институт
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра проблем теоретической физики

Поверхностная плотность состояний в сверхпроводниках с неоднородной константой связи

Диплом на соискание степени бакалавра

Выполнил:
студент 222 группы
Мазаник А.А.

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доц.
Фоминов Я.В.

Черноголовка, 2016

1 Введение

В теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) плотность квазичастичных состояний в сверхпроводниках с s типом спаривания имеет вид

$$\frac{\nu(E)}{\nu_0} = \frac{|E|\theta(|E| - \Delta(T))}{\sqrt{E^2 - \Delta(T)^2}}, \tag{1}$$

где ν_0 - плотность состояний на уровне Ферми в нормальном металле, $\Delta(T)$ - потенциал спаривания.

Эти состояния дают вклад в экспериментально измеримые величины, поэтому важно уметь вычислять и измерять плотность состояний. На эксперименте удобно изучать туннельный ток. Одним из мощных методов измерения плотности состояний является сканирующая туннельная микроскопия (СТМ). К образцу подносят иголку, на иголку подают напряжение. Электроны с иголки туннелируют в образец через зазор. Измеряется ток, вызванный этим туннелированием. Поданное напряжение вызывает раздвижку функций распределения, ток связан с количеством прошедших электронов:

$$I(V) = \frac{1}{R\nu_0^2 e} \int dE \nu_1(E)\nu_2(E + eV)(n_F(E) - n_F(E + eV)), \tag{2}$$

где ν_1 плотность состояний нормального металла иголки (фактически константа, равная ν_0), ν_2 - плотность состояний образца, R - сопротивление зазора.

Мотивация данной работы связаны с экспериментами группы C. Chapelier (Гренобль). Целью эксперимента было изготовление образцов из рения со слоем графена на поверхности. Иногда получалось, что пленка графена не образовывалась, а углерод проникал внутрь образцов с некоторым градиентом концентрации. Рений является сверхпроводящим материалом, в эксперименте была получена критическая температура $T_c = 1.6$ K. Были проделаны СТМ измерения дифференциального кондактанса для таких образцов в сверхпроводящем состоянии. Измеренный кондактанс имел подщелевую часть, вызванную тепловым размытием функций распределения, и надщелевую часть с максимумами, вызванными когерентными пиками плотности состояний. Полученный кондактанс качественно соответствует предсказаниям теории БКШ, но отличается от них количественно.

Естественно предположить, что атомы углерода, внедренные в рений, меняют его фононные свойства. Предлагается промоделировать измененные свойства фононов зависящей от координат эффективной константой связи $\lambda(\mathbf{r}) = \lambda_0 + \delta\lambda(\mathbf{r})$, где λ_0 - константа связи рения без углерода, $\delta\lambda(\mathbf{r})$ предполагается известной функцией, будем предполагать $\delta\lambda \ll \lambda_0$. Необходимо сосчитать плотность состояний в такой ситуации.

Из эксперимента известно, что длина свободного пробега меньше 10 нм, длина когерентности больше 20 нм, потому будет использован грязный предел. Вначале будет проверено, какой вид будет у уравнения Узаделя и условия самосогласования, если $\lambda(\mathbf{r}) \neq const$. Затем будут сосчитаны добавки для функций Грина в пертурбативном режиме, когда $E > \Delta_0$, где

Δ_0 - потенциал спаривания сверхпроводника с λ_0. Из-за неоднородности край щели плотности состояний на поверхности E_g может отличаться от Δ_0. Дальше будет численно оценено, как сдвигается E_g при фиксированном поведении $\Delta(\mathbf{r})$. С точки зрения поправок к функции Грина режим вблизи Δ_0 непертубативен.

Ларкиным и Овчинниковым [1] была исследована задача, в которой функция $\delta\lambda(x)$ предполагалась случайной, вычислялась плотность состояний, усредненная по ансамблю реализаций. В этой работе функция $\delta\lambda(x)$ считается известной, определенным образом спадающей внутрь сверхпроводника, например как $\delta\lambda(x) \propto e^{-\frac{x}{r_c}}$.

2 Уравнение Узаделя и условие самосогласования

Проделаем вывод уравнения Узаделя и условия самосогласования в случае с изменяющейся константой связи, следуя методу Свидзинского [2].

Статсумма сверхпроводника может быть представлена в форме:

$$Z = \mathrm{Tr}\left\{e^{-\beta H_0}T_\tau \exp\left[-\int d\tau d^3 r H_{int}(\tau)\right]\right\}, \tag{3}$$

где, β - обратная температура, H_0 - гамильтониан невзаимодействующих электронов, τ - мнимое время. Гамильтониан взаимодействия имеет вид:

$$H_{int} = -\int d^3 r g(\mathbf{r})\psi^\dagger_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\psi^\dagger_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau), \tag{4}$$

где $g(\mathbf{r}) > 0$ - константа взаимодействия. Пусть

$$L(\mathbf{r},\tau) = \sqrt{g(\mathbf{r})}\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau), \tag{5}$$

тогда

$$Z = \mathrm{Tr}\left\{e^{-\beta H_0}T_\tau e^{-\int d\tau d^3 r L^\dagger(\mathbf{r},\tau)L(\mathbf{r},\tau)}\right\}; \tag{6}$$

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{\int D\xi D\xi^\dagger e^{-\int d\tau d^3 r|\xi(\mathbf{r},\tau)|^2}\langle T_\tau e^{\int d\tau d^3 r(L^\dagger(\mathbf{r},\tau)\xi(\mathbf{r},\tau)+\text{h.c.})}\rangle_0}{\int D\xi D\xi^\dagger e^{-\int d\tau d^3 r|\xi(\mathbf{r},\tau)|^2}}. \tag{7}$$

Функционал Боголюбова имеет вид

$$Z[\xi] = \mathrm{Tr}\left(e^{-\beta H_0}T_\tau e^{-\int d\tau d^3 r\left(\sqrt{g(\mathbf{r})}\psi^\dagger_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\psi^\dagger_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\xi(\mathbf{r},\tau)+\text{h.c.}\right)}\right) = e^{-\beta\Omega_1[\xi]}, \tag{8}$$

где $\langle\rangle_0$ - усреднение по ансамблю Гиббса невзаимодействующих частиц.

Перевальная точка для полной статсуммы

$$\xi(\mathbf{r},\tau) = \beta\frac{\delta\Omega_1}{\delta\xi^\star(\mathbf{r},\tau)}. \tag{9}$$

Вычисляя вариационную производную, получаем

$$\frac{\delta\Omega_1}{\delta\xi^\star(\mathbf{r},\tau)} = \frac{1}{\beta}\langle\sqrt{g(\mathbf{r})}\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\rangle, \tag{10}$$

$$\xi(\mathbf{r},\tau) = \langle\sqrt{g(\mathbf{r})}\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\rangle = \sqrt{g(\mathbf{r})}\langle\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\rangle. \tag{11}$$

"Гамильтониан" принимает вид

$$H = H_0 + \int d\tau d^3 r(\sqrt{g(\mathbf{r})}\psi^\dagger_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\psi^\dagger_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\xi(\mathbf{r},\tau) + \text{h.c.}). \tag{12}$$

Понятно, что если считать $\Delta(\mathbf{r},\tau) = \sqrt{g(\mathbf{r})}\xi(\mathbf{r},\tau)$, тогда "гамильтониан" принимает стандартный вид. Так же потому целесообразно изменить условие самосогласования таким же образом:

$$\Delta(\mathbf{r},\tau) = \sqrt{g(\mathbf{r})}\xi(\mathbf{r},\tau) = g(\mathbf{r})\langle\psi_\downarrow(\mathbf{r},\tau)\psi_\uparrow(\mathbf{r},\tau)\rangle = g(\mathbf{r})F(\mathbf{r},\tau,\mathbf{r},\tau). \tag{13}$$

Раз "гамильтониан" и условие самосогласования не изменились, значит все уравнения, полученные после перехода к квазиклассике, сохраняет свой вид. Получается, необходимо только подставить $\lambda(\mathbf{r}) = \nu_0 g(\mathbf{r})$, ν_0 - плотность состояний на энергии Ферми:

$$\omega F_\omega(\mathbf{r}) + \frac{D}{2}(F_\omega(\mathbf{r})\nabla^2 G_\omega(\mathbf{r}) - G_\omega(\mathbf{r})\nabla^2 F_\omega(\mathbf{r})) = \Delta(\mathbf{r})G_\omega(\mathbf{r}) \tag{14}$$

$$G_\omega(\mathbf{r})^2 + |F_\omega(\mathbf{r})|^2 = 1, \tag{15}$$

где $G_\omega(\mathbf{r})$, $F_\omega(\mathbf{r})$ - нормальная и аномальная функции Грина соответственно, D - коэффициент диффузии, $\omega = 2\pi T(n + \frac{1}{2})$ - мацубаровская частота.

$$\Delta(\mathbf{r}) = (\lambda_0 + \delta\lambda(\mathbf{r}))\, \pi T \sum_\omega F_\omega(\mathbf{r}). \tag{16}$$

В рамках уравнений Узаделя $\lambda(\mathbf{r})$ должна меняться на масштабах, превышающих длину свободного пробега.

Рассмотрим однородную задачу, ситуацию без тока. Тогда можно считать, что $F_\omega(x)$ действительна. Условие нормировки (15) можно разрешить, написав $G_\omega(x) = \cos\theta(x)$, $F_\omega(x) = \sin\theta(x)$. В случае, когда нет $\delta\lambda(x)$, видно, что $\theta(x) = \theta_0 = const$,

$$\cos\theta_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Delta_0^2}}. \tag{17}$$

Дальше задача будет предполагаться квазиодномерной.

3 Флуктуационный пропагатор

Так как углерод не является сверхпроводником, естественно предполагать, что если его добавление влияет на сверхпроводимость, то знак этого влияния соответствует ослаблению сверхпроводимости. Тогда $\delta\lambda(x) < 0$. Пускай $|\delta\lambda(x)| \ll \lambda_0$, тогда можно ожидать, что поправки к функциям Грина будут малы. Разложимся около однородного решения по малым отклонениям: $\theta(x) = \theta_0 + \delta\theta(x)$, $\Delta(x) = \Delta_0 + \delta\Delta(x)$. Используя уравнения (14) и (16), малость $\delta\lambda(x)$, получим:

$$\frac{D}{2}\delta\theta'' - \omega\cos\theta_0\delta\theta - \Delta_0\sin\theta_0\delta\theta = -\delta\Delta\cos\theta_0, \tag{18}$$

$$\frac{D}{2}\delta\theta'' - \sqrt{\omega^2 + \Delta_0^2}\delta\theta = -\delta\Delta\cos\theta_0. \tag{19}$$

После преобразования Фурье получим:

$$\delta\theta_p = \frac{\delta\Delta_p\cos\theta_0}{\sqrt{\omega^2 + \Delta_0^2 + \frac{Dp^2}{2}}}. \tag{20}$$

С другой стороны, для условия самосогласования

$$\delta\Delta = \lambda_0\pi T\sum_\omega\left(\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\sin\theta_0 + \cos\theta_0\delta\theta\right) \tag{21}$$

Подставив выражение (20) в (21), получаем следующую формулу для $\delta\Delta_p$:

$$\delta\Delta_p = \frac{\delta\lambda_p}{\lambda_0^2}\Delta_0\frac{1}{\frac{1}{\lambda_0} - \pi T\sum_\omega\left(\frac{\omega^2}{\omega^2+\Delta_0^2}\frac{1}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2+\frac{Dp^2}{2}}}\right)} \tag{22}$$

Введем статический флуктуационный пропагатор $L_0(p)$, определяющий отклик потенциала спаривания на изменение константы связи:

$$\frac{\delta\Delta_p}{\Delta_0} = L_0(p)\frac{\delta\lambda_p}{\lambda_0^2} \tag{23}$$

$$L_0(p)^{-1} = \pi T\sum_\omega\left(\frac{1}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2}} - \frac{\omega^2}{\omega^2+\Delta_0^2}\frac{1}{\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2+\frac{Dp^2}{2}}}\right) = \tag{24}$$

$$= \pi T\sum_\omega\frac{\Delta_0^2 + \frac{Dp^2}{2}\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2}}{(\omega^2+\Delta_0^2)(\sqrt{\omega^2+\Delta_0^2+\frac{Dp^2}{2}})} \tag{25}$$

Приведенные выше результаты повторяют вычисления работы [1].

Необходимо разобраться со свойствами функции $L_0(p)$. Дальше используется определение длины когерентности $\xi = \sqrt{\frac{D}{2\Delta_0}}$.

Ситуация $T_c - T \ll T_c$, $p = 0$:

$$L_0(0)^{-1} = \pi T_c\sum_\omega\frac{\Delta_0^2}{(\Delta_0^2+\omega^2)^{3/2}} \approx \frac{\Delta_0^2}{(2\pi T_c)^2}\Sigma_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+1/2)^3} = \frac{\Delta_0^2}{(2\pi T_c)^2}7\zeta(3). \tag{26}$$

Ситуация $T_c - T \ll T_c$, $p \neq 0$, $\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1 \approx \frac{\omega^2}{\Delta_0^2}$:

$$L_0(p)^{-1} = \frac{\pi T}{\Delta_0} \sum_{\omega} \frac{1 + \frac{Dp^2}{2\Delta_0}\sqrt{\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1}}{(\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1)(\sqrt{\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1} + \frac{Dp^2}{2\Delta_0})} = \tag{27}$$

$$= \frac{\pi \Delta_0}{4(p\xi)^2 T_c} + \left(1 - \frac{1}{(p\xi)^4}\right)\left[\psi(\frac{1}{2} + \frac{(p\xi)^2\Delta_0}{2\pi T_c}) - \psi(\frac{1}{2})\right], \tag{28}$$

где $\psi(x)$ - дигамма функция.

Ситуация $T \ll T_c$, $p = 0$:

$$L_0(0)^{-1} = \pi T \sum_{\omega} \frac{\Delta_0^2}{(\Delta_0^2 + \omega^2)^{3/2}} \approx \int_0^{\infty} dx \frac{(\frac{\Delta_0}{2\pi T})^2}{(x^2 + (\frac{\Delta_0}{2\pi T})^2)^{3/2}} = 1 \tag{29}$$

Ситуация $T \ll T_c$, $p \neq 0$:

$$L_0(p)^{-1} = \frac{\pi T}{\Delta_0} \sum_{\omega} \frac{1 + \frac{Dp^2}{2\Delta_0}\sqrt{\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1}}{(\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1)(\sqrt{\frac{\omega^2}{\Delta_0^2} + 1} + \frac{Dp^2}{2\Delta_0})} = \frac{2\pi T}{\Delta_0} \int_0^{\infty} dx \frac{1 + \frac{Dp^2}{2\Delta_0}\sqrt{x^2+1}}{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1} + \frac{Dp^2}{2\Delta_0})} = \tag{30}$$

$$= \begin{cases} \frac{\pi}{2(p\xi)^2} - \frac{\sqrt{1-(p\xi)^4}}{(p\xi)^2} \arctan\sqrt{\frac{1-(p\xi)^2}{1+(p\xi)^2}},\ p\xi < 1 \\ \frac{\pi}{2(p\xi)^2} + \frac{\sqrt{(p\xi)^4-1}}{(p\xi)^2} \operatorname{arctanh}\sqrt{\frac{(p\xi)^2-1}{(p\xi)^2+1}},\ p\xi > 1. \end{cases} \tag{31}$$

4 Пертурбативный режим

Теперь можно записать общее выражение для плотности состояний

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \mathrm{Re}(G_\omega)|_{\omega=-iE} = \mathrm{Re}(\cos\theta_0\cos\delta\theta - \sin\theta_0\sin\delta\theta)|_{\omega=-iE} = \mathrm{Re}\left(\cos\theta_0 - \sin\theta_0\delta\theta\right)|_{\omega=-iE}. \quad (32)$$

Отсюда из уравнений (23),(20) и (33) видим выражение для поправки к плотности состояний:

$$\frac{\delta\nu(E,x)}{\nu_0} = -\mathrm{Re}\left(\sin\theta_0\delta\theta(x)\right)|_{\omega=-iE} = -\mathrm{Im}\left(\frac{\Delta_0 E}{\Delta_0^2 - E^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp}{2\pi}e^{ipx}\frac{\Delta_0 L_0(p)\frac{\delta\lambda_p}{\lambda_0^2}}{\sqrt{\Delta_0^2 - E^2 + \frac{Dp^2}{2}}}\right). \quad (33)$$

.

Здесь нужно обратить внимание на масштабы изменения величин. Пускай r_c - характерный масштаб длины изменения константы связи. Видно, что величина $L_0(p)$ меняется на масштабах $\frac{1}{\xi}$. Знаменатель (33) меняется на масштабе $\xi_E = \frac{\xi}{(\frac{E^2}{\Delta_0^2}-1)^{1/4}}$.

Пускай длина, на которой меняется $\delta\lambda(x)$, $r_c \gg \xi, \xi_E$. Тогда Фурье образ $\delta\lambda(p)$ зарезает интеграл (33) на очень малых импульсах. Тогда все функции кроме $\delta\lambda(p)$ можно вынести за знак интеграла. С точки зрения эксперимента интересно значение $\delta\nu(E, x=0)$. Так как $\nu(E) = \nu(-E)$, рассмотрим положительные E:

$$\frac{\delta\nu(E,x=0)}{\nu_0} = -\mathrm{Im}\left(\frac{\Delta_0 E}{\Delta_0^2 - E^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp}{2\pi}\frac{\Delta_0 L_0(p)\frac{\delta\lambda_p}{\lambda_0^2}}{\sqrt{\Delta_0^2 - E^2 + \frac{Dp^2}{2}}}\right) = \frac{E\Delta_0}{(E^2-\Delta_0^2)^{3/2}}L_0(0)\frac{\Delta_0\delta\lambda(x=0)}{\lambda_0^2}. \quad (34)$$

Такая поправка к плотности состояний соответствует подстройке сверхпроводимости под локальное значение потенциала спаривания. То же самое получится, если БКШ плотность состояний (1) разложить по $\delta\lambda(x)$, считая, что $\Delta(x)$ чувствует локальную $\lambda(x)$. Тем самым, полученные результаты воспроизводят режим неоднородностей большого размера, обсуждавшийся в работе [1].

Пускай длина r_c, на которой меняется $\delta\lambda(x)$ мала, т.е., $r_c \ll \xi$, ξ_E. Тогда Фурье образ $\delta\lambda(p)$ почти постоянен на импульсах, меньших $\frac{1}{\xi_E}$ и $\frac{1}{\xi}$. Тогда $\delta\lambda(p)$ можно вынести за знак интеграла на нулевом импульсе. Пусть $\xi_E \gg \xi$, тогда за знак интеграла можно вынести флуктуационный пропагатор на нулевом импульсе. Тогда можно получить:

$$\frac{\delta\nu(E>\Delta_0,x=0)}{\nu_0} = -\mathrm{Im}\left(\frac{\Delta_0 E}{\Delta_0^2 - E^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp}{2\pi}\frac{\Delta_0 L_0(p)\frac{\delta\lambda_p}{\lambda_0^2}}{\sqrt{\Delta_0^2 - E^2 + \frac{Dp^2}{2}}}\right) = \frac{\frac{E}{\Delta_0}}{(\frac{E^2}{\Delta_0^2}-1)^{5/4}}\frac{\delta\lambda_{p=0}L_0(0)}{2\sqrt{2}\lambda_0^2\xi}. \quad (35)$$

Ситуация $\xi_E \gg \xi$ возникает недалеко от щели. Мы обсуждаем случай $\delta\lambda \ll \lambda$, работая в рамках теории возмущений. Это означает, что должно быть $\delta\theta \ll \theta$, $\delta\nu \ll \nu$ и $\delta\Delta \ll \Delta_0$. Тогда на энергиях $E \sim \Delta_0$ получается $\xi_E \gg \xi$. Соответственно, самым важным масштабом импульсов в (35) становится $\frac{1}{\xi_E} \ll \frac{1}{\xi}$, $\frac{1}{r_c}$.

Когда $E-\Delta_0 \ll \Delta_0$, знаменатели в (33) и (35) становятся малыми, соответственно, добавки к функциям Грина становятся большими, а значит в окрестности $E-\Delta_0 \ll \Delta_0$ нельзя использовать теорию возмущений в таком виде.

5 Край щели

Чтобы понять основные особенности спектра, рассмотрим вспомогательную, модельную задачу, в которой поведение $\Delta(x)$ фиксировано, как $\Delta(x) = \Delta_0(1 - 0.1e^{-\frac{x}{\xi}})$. Попробуем найти, где начинается щель E_g. Будем численно решать уравнение Узаделя под щелью в пакете Wolfram Mathematica на энергиях $\epsilon = \frac{E}{\Delta_0} < 1$. В качестве граничных условий нужно потребовать, чтобы $\theta'(0) = 0$ и чтобы в толще сверхпроводника θ выходила на значение θ_0 сверхпроводника без $\delta\lambda$. Поскольку плотность состояний под щелью $\mathrm{Re}(\cos\theta)$ обращается в ноль, то под щелью θ имеет вид $\theta = \pi/2 + i\psi$ с вещественной функцией ψ. Если для заданной энергии находится действительное решение для ψ, отвечающее заданным граничным условиям, то значит, мы все еще под щелью.

Для такого профиля изменения $\Delta(x)$ получилось, что $\frac{E_g}{\Delta_0} = 0.962954$. Видно, что $\Delta_0 - E_g \ll \delta\Delta(0)$. Величина Δ меняется на длине ξ. Как видно из (20), функции Грина меняются на масштабе $\frac{\xi}{\left(1-\frac{E^2}{\Delta_0^2}\right)^{\frac{1}{4}}} \gg \xi$. Плотность состояний получается из значений функции Грина, которая меняется на $\xi_E \gg \xi$, а потому плотность состояний чувствует усредненное изменение Δ по этой длине.

6 Заключение

Была вычислена плотность состояний в ситуации, когда $E > \Delta_0$. Для этого решалось уравнение Узаделя по теории возмущений с параметром $\frac{\delta\lambda}{\lambda_0}$ около состояния сверхпроводника без $\delta\lambda$. Для длинноволновых неоднородностей получилось, что плотность состояний подстраивается под локальное значение потенциала спаривания, как было получено в работе [1]:

$$\frac{\delta\nu(E,x=0)}{\nu_0} = \frac{|E|\Delta_0\theta(|E|-\Delta_0)}{(E^2-\Delta_0^2)^{3/2}} L_0(0)\frac{\Delta_0\lambda(x=0)}{\lambda_0^2}. \tag{36}$$

Для коротковолновых неоднородностей, когда $\xi_E \gg \xi$ получилось:

$$\frac{\delta\nu(E,x=0)}{\nu_0} = \frac{\frac{E}{\Delta_0}}{(\frac{E^2}{\Delta_0^2}-1)^{5/4}} \frac{\delta\lambda_{p=0}L_0(0)}{2\sqrt{2}\lambda_0^2\xi}. \tag{37}$$

В качестве побочной задачи было исследовано поведение величины $L_0(p)$ - статического флуктуационного пропагатора. В случае низких $T \ll T_c$ и высоких $T_c - T \ll T_c$ температур были получены аналитические выражения для $L_0(p)$.

Была численно решена задача о нахождении E_g при фиксированном профиле $\Delta(x)$. Получается, что $\Delta_0 - E_g \ll \delta\Delta(0)$. Функции Грина изменяются на масштабе $\xi_E \gg \xi$, а значит плотность состояний, связанная со значениями функции Грина, должна чувствовать усредненное изменение Δ на длине ξ_E.

Список литературы

[1] А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников, ЖЭТФ 61, 2147-2159 (1971).

[2] А. В. Свидзинский, Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости (Главная редакция физико-математической литературы , Москва, 1982).