

# Избранные главы математической физики

И. В. Колоколов и В. В. Лебедев  
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН

В настоящем курсе обсуждаются математические задачи, возникающие в различных физических ситуациях, а также способы их решения. Рассматриваются линейные задачи, которые описываются дифференциальными задачами в частных производных, с начальными и граничными условиями, анализ ведется на языке функций Грина. Представлены сведения об основных специальных функциях, их свойства, включая поведение в комплексной плоскости и асимптотическое поведение. Приводятся основные сведения по нелинейным динамическим системам, включая так называемые точно решаемые уравнения, допускающие солитонные решения.

## I. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ

Мы представляем различные проблемы, которые возникают при теоретическом исследовании различных физических явлений. Наша основная цель – научить студентов решению конкретных задач, дающих представление о тех или иных процессах. Поэтому к каждой лекции прилагаются задачи, решение которых должно разбираться на семинарских занятиях. При решении задач используется набор стандартных методов, применение которых будет разбираться на конкретных примерах. Лекции разбиты на три блока, краткое описание которых приведено ниже.

## II. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В равновесии параметры физической системы не меняются со временем. Если систему отклонить от равновесия, то она будет релаксировать к нему. При наличии внешнего воздействия состояние системы изменится. Все эти процессы описываются линейными уравнениями при условии, что отклонение от равновесия невелико и внешнее воздействие достаточно слабо. Мы рассматриваем наиболее распространенные линейные эволюционные задачи, граничные задачи, а также ряд динамических полевых задач.

## III. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Специальные функции были введены по мере развития науки для описания случаев, когда элементарных функций оказывается недостаточно. Мы даем

сведения только о самых распространенных специальных функциях. Как правило, эти функции являются решениями дифференциальных уравнений, которые в силу своей универсальности возникают в самых разных физических приложениях. Перечислим эти функции: гамма-функция Эйлера, функция Эйри, функции Бесселя, полиномы Лежандра и Эрмита, вырожденная гипергеометрическая функция.

## IV. НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Нелинейные явления играют весьма важную роль в современной физике. Мы рассматриваем базисные нелинейные уравнения, которые иллюстрируют основные особенности нелинейных явлений. В частности, анализируется ряд так называемых ‘точно решаемых’ уравнений, где функции зависят от времени и одной координаты. Такие уравнения ведут к бесконечному числу законов сохранения и обладают набором нетривиальных солитонных решений.

## V. ПОСОБИЕ

Чтобы облегчить студентам освоение курса, нами было подготовлено Пособие, которое является подробным конспектом лекций курса. В нем также содержатся задачи, которые студенты обязаны уметь решать для освоения материала. Лекции разбиты на тематические группы, перечисленные выше. Для удобства читателя в отдельный раздел собрано описание стандартных методов, используемых при решении задач.