Задание 1: Фононы (срок сдачи — 26.10.2020, 11:00)

Задача Ф1. (5 баллов) Доказать, что:

а) Динамическая матрица $\hat{\mathcal{D}}_{\gamma\gamma'}(\mathbf{k})$ эрмитова.

б) $\hat{\mathcal{D}}(-\mathbf{k}) = \hat{\mathcal{D}}^T(\mathbf{k})$.

в) $\omega(-\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k})$.

г) Свойство в) является следствием симметрии относительно обращения времени.

Задача Ф2. (5 баллов) Показать, что при малых $\mathbf{k}$ акустические ветви фононного спектра имеют линейный закон дисперсии и этих ветвей 3 штуки (в трёхмерном кристалле).

Задача Ф3. (5 баллов) Рассмотрим простейший двухатомный ионный кристалл, составленный из чередующихся вдоль оси x плоскостей двух типов (массы и заряды ионов в соседних плоскостях равны m_1, q и m_2, $-q$ соответственно). Взаимодействие между плоскостями может быть произвольным (в том смысле, что взаимодействовать могут не только ближайшие соседи). Если волна распространяется в направлении x, то электрическое поле лежит в перпендикулярной плоскости (пусть это будет направление z). Вклад в диэлектрическую проницаемость в этом случае даёт фононная мода частоты ω_0, дипольный момент которой также направлен по z. Найдите $\varepsilon(\omega)$ в этом случае.

Задача Ф4. (5 баллов) Написать интеграл столкновений $I_{\text{ст/сл.}}$ для процессов слияния в полной и в линеаризованной (по исходной функции распределения) форме.

Задача Ф5. (5 баллов) Пусть $\tau_N \to 0$, а $\tau_U, \tau_i \to \infty$, тогда функция распределения мгновенно релаксирует к локальному равновесию, характеризуемому двумя параметрами — средней скоростью $\mathbf{u}(t, \mathbf{r})$ и температурой $T(t, \mathbf{r})$. В случае слабого отклонения от равновесия из гидродинамических уравнений получите уравнения на эти две величины. Из полученных уравнений найдите скорость второго звука.