

1. Проведите подробно следующие выкладки.

- а) Вычислите свободную энергию в модели Шеррингтона–Киркпатрика с ненулевым внешним магнитным полем.
- б) Покажите, что m и q , являющиеся решениями уравнений (10), совпадают соответственно с намагниченностью на узел и параметром Эдвардса–Андерсона, т.е. что выполнены соотношения (11) и (12).
- в) При каком отношении \bar{J}_0/\bar{J} происходит переход из ферромагнитной фазы в спин-стекольную при $T = 0$? Вычислите его с точностью 10^{-6} .

2. Проверьте коэффициенты в формуле

- а) для энтропии при $T = 0$

$$S = -\frac{N}{2\pi},$$

- б) для теплоемкости при низкой температуре

$$C = \frac{NT}{\bar{J}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2\pi} \right).$$

3. Назовем $2n$ -значное число счастливым, если сумма его первых n цифр совпадает с суммой последних n цифр. Количество $2n$ -значных (допустимы нули в старших разрядах) счастливых чисел в системе счисления с основанием k обозначим через $N(n, k)$.

- а) Получите для $N(n, k)$ точную интегральную формулу, пригодную для вычисления методом перевала при $n \rightarrow \infty$. (Удобно сначала перейти от равных сумм n -значных наборов к фиксированной сумме $2n$ -значного набора).
- б) Найдите $N(2, 10)$ и $N(3, 10)$ в рамках перевального приближения по формуле из (а) и точно. Какова ошибка перевального приближения?