

Термоэлектрические явления в сверхпроводниках

1. Эффект Зеебека

В.В.Шмидт +

Fundamentals of Thermoelectricity

Kamran Behnia

А: Нормальный металл:

$$V = \alpha(T_1 - T_2),$$

T_1

T_2



$$\mathcal{J}^e = \sigma E - \alpha \nabla T$$

$$\mathcal{J}^Q = \beta E - \kappa' \nabla T$$

$$\beta = \alpha T$$

The Seebeck coefficient S is defined as the electric field generated by a thermal gradient in absence of a charge current:

$$S = E/(\nabla T)$$

$$S = \alpha/\sigma$$

Кинетическое уравнение Больцмана дает:

$$\sigma = -e^2 \int \tau(k) v_k \cdot v_k \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon_k} dk \qquad \alpha T = -e \int \tau(k) v_k \cdot v_k (\epsilon - \mu) \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon_k} dk$$

Для вырожденного электронного газа вычисление интегралов дает:

$$\sigma = 2 \frac{e^2}{h} [\Xi(\epsilon_F) + \dots] \qquad \alpha = 2 \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B e}{h} k_B T \left[\frac{\partial \Xi(\epsilon_F)}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_F} + \dots \right] \qquad \Xi(\epsilon) = v^2(\epsilon) v(\epsilon)$$

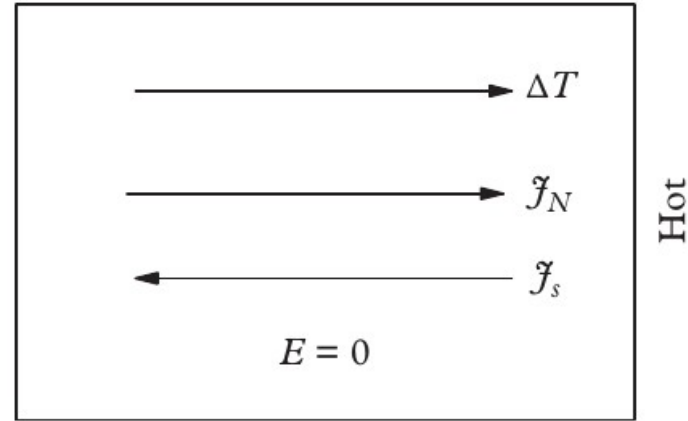
$$\alpha = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2}{e} T \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_F}$$

$$S = \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B^2}{e} T \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_F}$$

Б. Сверхпроводник:

$$\mathbf{j}_n = \sigma \alpha \nabla T,$$

Сверхпроводящий противоток: \mathbf{j}_s .



$\text{rot } \mathbf{j}_n = 0$. полный ток $\mathbf{j} = \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_s$ где $\text{rot } \mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{j}_s$.

Уравнение Лондона: $\mathbf{j} = - (c/4\pi\lambda^2) \mathbf{A}$ \Rightarrow $\text{rot } \mathbf{j} = - (c/4\pi\lambda^2) \mathbf{H}$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \text{ и } \text{div } \mathbf{H} = 0,$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{\lambda^2} \mathbf{H},$$



Ток и поле внутри сп
отсутствуют !

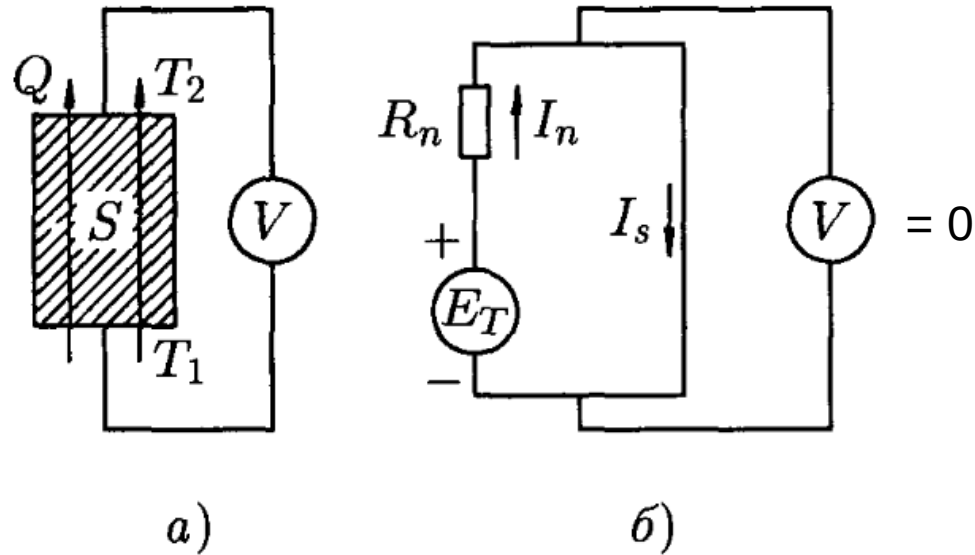


Рис. 60.1. а) Сверхпроводник, через который идет поток тепла Q , $T_1 > T_2$; б) эквивалентная схема сверхпроводника, концы которого имеют разную температуру (R_n — сопротивление образца в нормальном состоянии, E_T — термо-ЭДС, действующая на нормальные возбуждения).

Можно ли измерить термоэлектрический эффект в сверхпроводнике ?

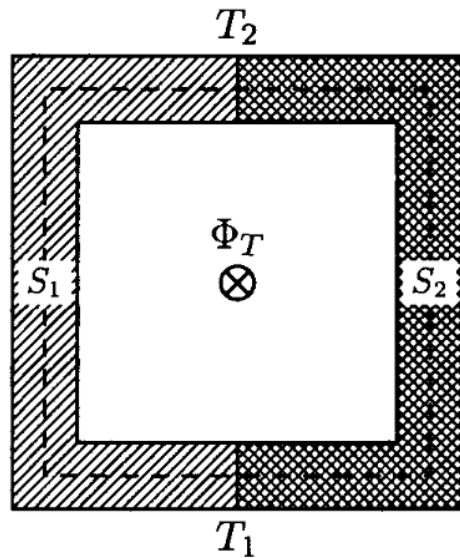


Рис. 61.1. Сверхпроводящая «термопара». Во внутренней полости возникает магнитный поток Φ_T , пропорциональный разности температур $(T_1 - T_2)$.

В каждой из половинок S_1 и S_2 возникает свой ток $\mathbf{j}_n = \sigma\alpha\nabla T$. Ответный сверхток в глубине сверхпроводника $\mathbf{j}_s = -\mathbf{j}_n$ и, согласно второму уравнению Гинзбурга – Ландау (14.18), может быть записан в виде

$$\mathbf{j}_s = \frac{\hbar n_s e}{2m} \nabla\theta - \frac{e^2}{mc} n_s \mathbf{A} \quad \rightarrow \quad \nabla\theta = \frac{2m}{\hbar n_s e} (-\sigma\alpha\nabla T) + \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}$$

$$2\pi n = -\frac{2m}{\hbar e} \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\sigma_1 \alpha_1}{n_{s1}} - \frac{\sigma_2 \alpha_2}{n_{s2}} \right) dT + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$$

$$\Phi_T = \Phi_0 \frac{m}{\pi e \hbar} \left(\frac{\sigma_1 \alpha_1}{n_{s1}} - \frac{\sigma_2 \alpha_2}{n_{s2}} \right) \Delta T,$$

$$\Phi = \Phi_0 n + \Phi_T$$

Если предположить, что $\sigma \sim 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}$, $\alpha \sim 10^{-6} \text{ В/К}$, $n_s \sim 10^{28} \text{ м}^{-3}$, то для $\Phi_T/\Delta T$ получим величину порядка $10^{-5}\Phi_0$ на кельвин. Измерение такого потока находится на пределе возможности сквида.

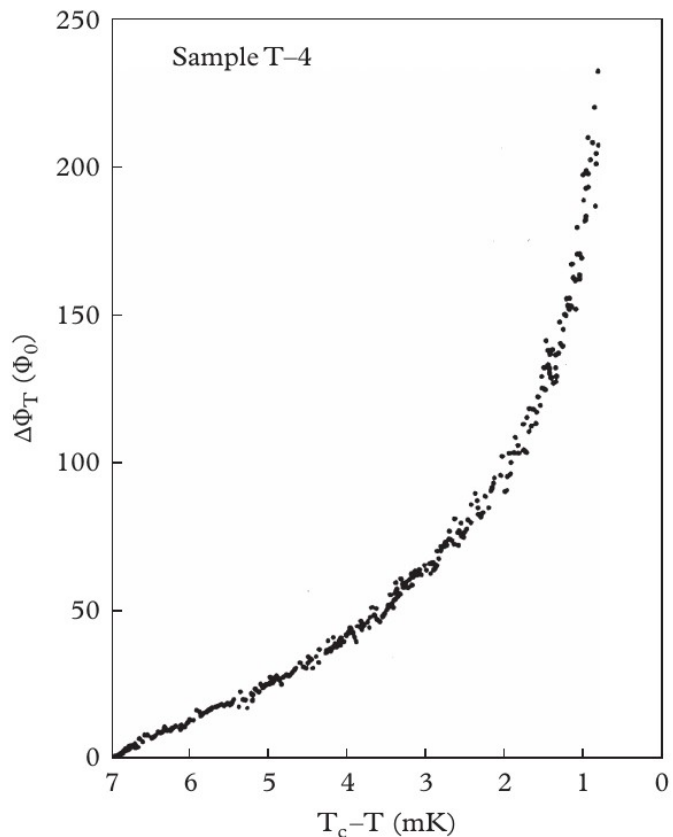
При приближении к T_c эффект будет увеличиваться

Эксперименты были проведены

Заварицкий Н.В. *Письма в ЖЭТФ*, 1974, **19**, 205.

Van Harlingen D.J., Heide D.F., Garland J.C.
Phys. Rev., 1980, **B21**, 1842.

и показали эффект много больший, чем предсказание теории !



Magnetic flux generated in a bimetallic InPb superconducting ring upon the application of a thermal gradient.
[van Harlingen, Heidel and Garland, Phys Rev. **B21**, 1842, 1980]

очень подробная и интересная работа !

Недавние попытки объяснения:

J. Koláček and P. Lipavský, Phys. Rev. B **71**, 092503 (2005).
V. L. Gurevich, V. I. Kozub, and A. L. Shelankov, Eur. Phys. J. B **51**, 285 (2006).

“Неправильная” зависимость
от $T_c - T$ и общий масштаб
куда больше ожиданий

2. Эффект Нернста

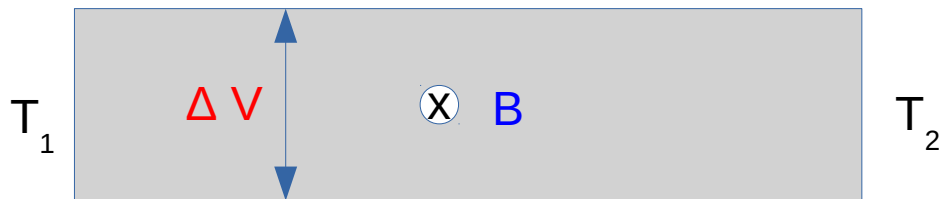
А. Нормальный металл

$$\mathbf{J}^e = \bar{\sigma} \cdot \mathbf{E} - \bar{\alpha} \cdot \nabla T$$

$$\mathbf{J}^Q = T \bar{\alpha} \cdot \mathbf{E} - \bar{\kappa} \cdot \nabla T$$

$$\sigma_{xy} = \frac{2}{3\pi} \frac{e^2}{h} \frac{k_F \ell^2}{\ell_B^2}$$

$$\ell_B^2 = \frac{\hbar}{eB}$$



$$\mu B = \frac{\ell}{k_F \ell_B^2} \quad \mu \text{ - подвижность}$$

$$k_{dB} = \frac{2\pi}{\lambda_{dB}} = (2\pi m k_B T)^{1/2} / \hbar$$

$$\alpha_{xy} = \frac{2}{9} \frac{e k_B}{h} \frac{k_{dB}^2 \ell^2}{k_F \ell_B^2}$$

для сферической Ферми-поверхности

Фактически измеряют поперечное напряжение пропорциональное градиенту температуры при отсутствии электрического тока

$$\mathbf{E} = \bar{\sigma}^{-1} \cdot \bar{\alpha} \cdot \nabla T$$

Nernst signal:

$$N = \frac{E_y}{\nabla_x T} = \frac{\alpha_{xy}\sigma_{xx} - \alpha_{xx}\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3 e} \frac{\partial \tan \theta_H}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F}$$

Угол Холла θ_H

$$\tan \theta_H / B = \mu = \frac{e\tau}{m^*} = \frac{el}{\hbar k_F}$$

В слабых полях $N = v B$ где $v = \frac{\pi^2 k_B k_B T}{3 e \epsilon_F} \mu$

Малость $T/E_F \ll 1$

здесь μ - химический потенциал

$$v_N = \frac{E_y}{(-\nabla_x T) H_z} = \frac{\sigma}{ne^2 C} \frac{d\mu}{dT}$$

$$\mu(T) = \mu_0 - \frac{\pi^2 T^2}{6} \frac{d \ln v}{d\mu}$$

$$v_N = \frac{\pi^2 T}{3 n e C} \frac{d\sigma}{d\mu}$$

$$\nabla_x \mu + e \nabla \phi_0 = 0 \rightarrow \nabla_x T = \nabla_x \mu \left(\frac{d\mu}{dT} \right)^{-1}$$

Б. Сверхпроводник в смешанном состоянии: эффект Нернста из-за движения вихрей

Градиент температуры приводит к силе, действующей на вихрь:

$$\mathbf{F}_{th} = -\nabla T S_\phi$$

S_ϕ is the entropy transported by a single vortex

Сила трения: $\mathbf{F}_f = \eta \mathbf{v}$ скорость: $\mathbf{v}_x = \frac{-\nabla_x T}{S_\phi} \eta$ \rightarrow $E_y = \frac{-\nabla_x T}{S_\phi} \eta B$

$$N = \frac{E_y}{-\nabla_x T} = \frac{S_\phi}{\eta} B$$

$$\rho = \frac{E_x}{\mathcal{J}_x} = B \phi_0 / \eta \quad \rightarrow \quad N = \frac{S_\phi \rho}{\phi_0}$$

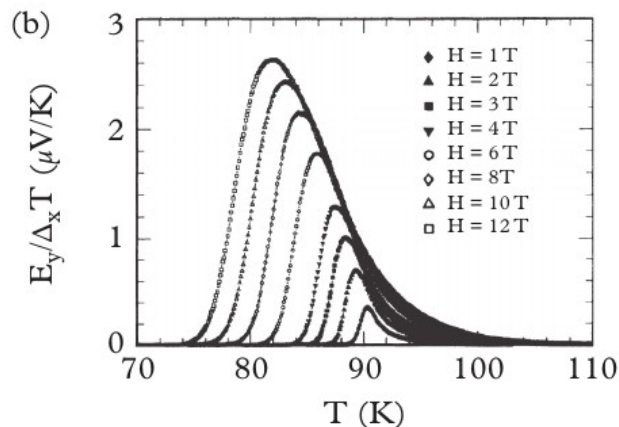
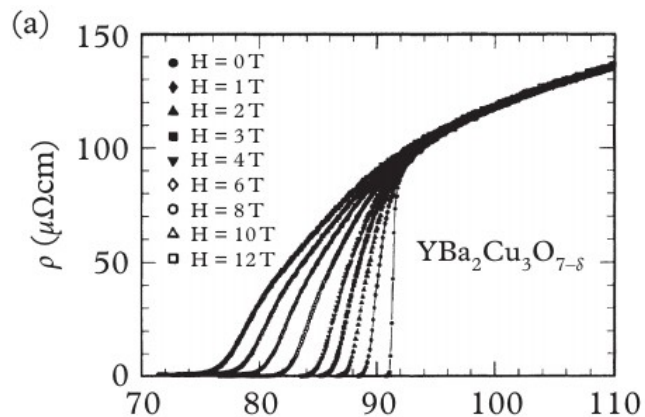


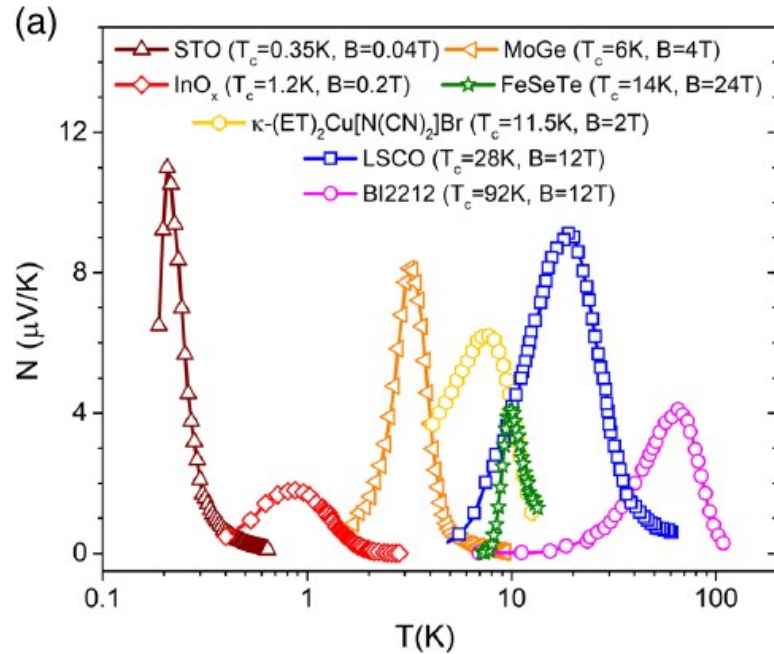
Figure 9.6 Nernst signal in the mixed state of a high-temperature superconductor.

Чему равна S_ϕ ?

Можно ли ее определять для одного вихря ?

$$S_d^{\text{core}} \simeq -\pi\xi^2 \frac{\partial H_c^2}{\partial T} \frac{1}{8\pi}$$

A. Sergeev, M. Reizer, and V. Mitin, *Europhys. Lett.* **92**, 27003 (2010).



Сравним с экспериментом:

Universal Bound to the Amplitude of the Vortex Nernst Signal in Superconductors

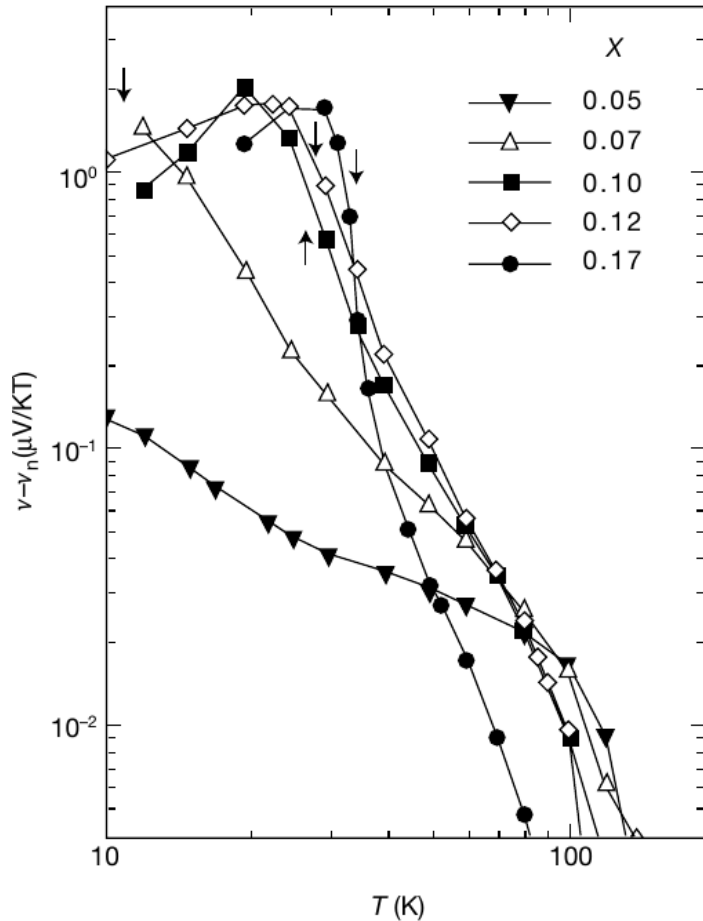
PHYSICAL REVIEW LETTERS **126**, 077001 (2021)

TABLE I. The peak Nernst signal in superconductors belonging to four different families: SrTi_{0.99}Nb_{0.01}O₃ (Nb:STO), FeSe_{0.6}Te_{0.4} (FeSeTe) [28], κ -(ET)₂Cu[N(CN)₂]Br (κ -ET) [29] and La_{1.92}Sr_{0.08}CuO₄ (LSCO08) [30]. Also listed are sheet resistance per layer (resistivity divided by the lattice parameter along the orientation of magnetic field) measured at the temperature and the magnetic field corresponding to $N = N^{\text{peak}}$ and the deduced entropy per vortex per layer (see the Supplemental Material [16] for a discussion of the available Nernst data).

Compound	T_c [K]	N^{peak} [μ /K]	c nm	ρ^{peak}/c [k Ω]	S_d^{sheet} [10^{-23} J/K]
Nb:STO	0.35	11	0.39	2.6	0.89
FeSeTe	14	4	0.58	0.86	0.96
κ -(ET)	11	6.1	2.9	1.31	0.96
LSCO08	29	9.1	1.2	2.12	0.88

Экспериментальное значение S_ϕ меньше теоретической оценки в 50 раз

В. Сверхпроводящий металл выше T_c : флуктуационный эффект Нернста



Vortex-like excitations and the onset of superconducting phase fluctuation in underdoped $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$

Nature **406** 486
(2000)

Z. A. Xu^{*†}, N. P. Ong^{*}, Y. Wang^{*}, T. Kakeshita[‡] & S. Uchida[‡]

^{*} Joseph Henry Laboratories of Physics, Princeton University, Princeton, New Jersey 08544, USA

Figure 2 Log–log plot of the anomalous part of the Nernst coefficient. $\nu - \nu_n$ versus T in LSCO is plotted for samples 1–5, with $x(T_c) = 0.05$ (<4 K), 0.07 (11 K), 0.10 (27.5 K), 0.12 (29 K) and 0.17 (35.4 K), respectively. As x decreases, the rate of decrease of ν above T_c (arrows) decreases, while the onset temperature increases.

Наблюдение сигнала Нернста при T много выше T_c привело авторов к выводу:

“В ВТСП вихри существуют при $T \gg T_c$ “

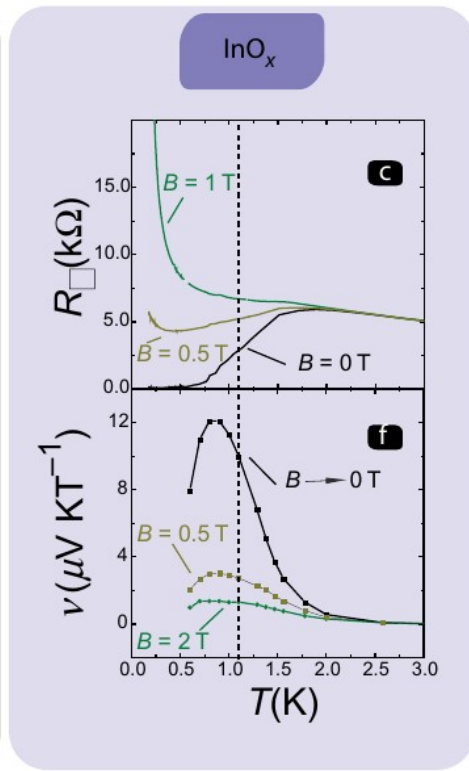
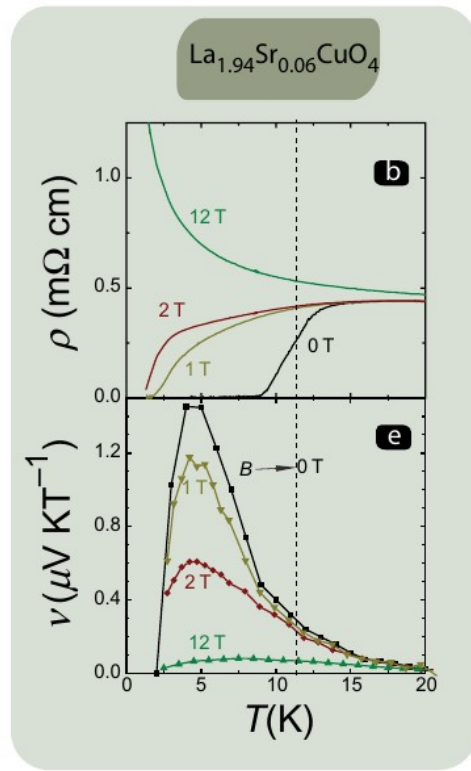
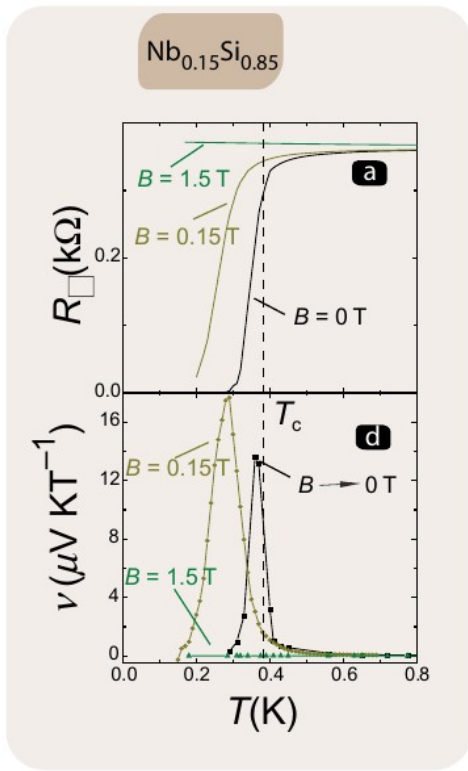


Figure 2. Sheet resistance, panels (a) and (c), resistivity, panel (b) and Nernst data shown in panels (d)–(f) as a function of temperature for Nb_{0.15}Si_{0.85}, La_{1.94}Sr_{0.06}CuO₄ and InO_x.

Nernst effect as a probe of superconducting fluctuations in disordered thin films
 A Pourret et al 2009
 New J. Phys. 11 055071

Вблизи T_c

$$\frac{\alpha_{xy}^{SC}}{B} = \frac{1}{6\pi} \frac{k_B e^2}{\hbar^2} \xi^2,$$

Ussishkin I, Sondhi S L, Huse D A
 Phys. Rev. Lett. **89** 287001 (2002)

Флуктуационный вклад не содержит фактора $T/E_F \ll 1$

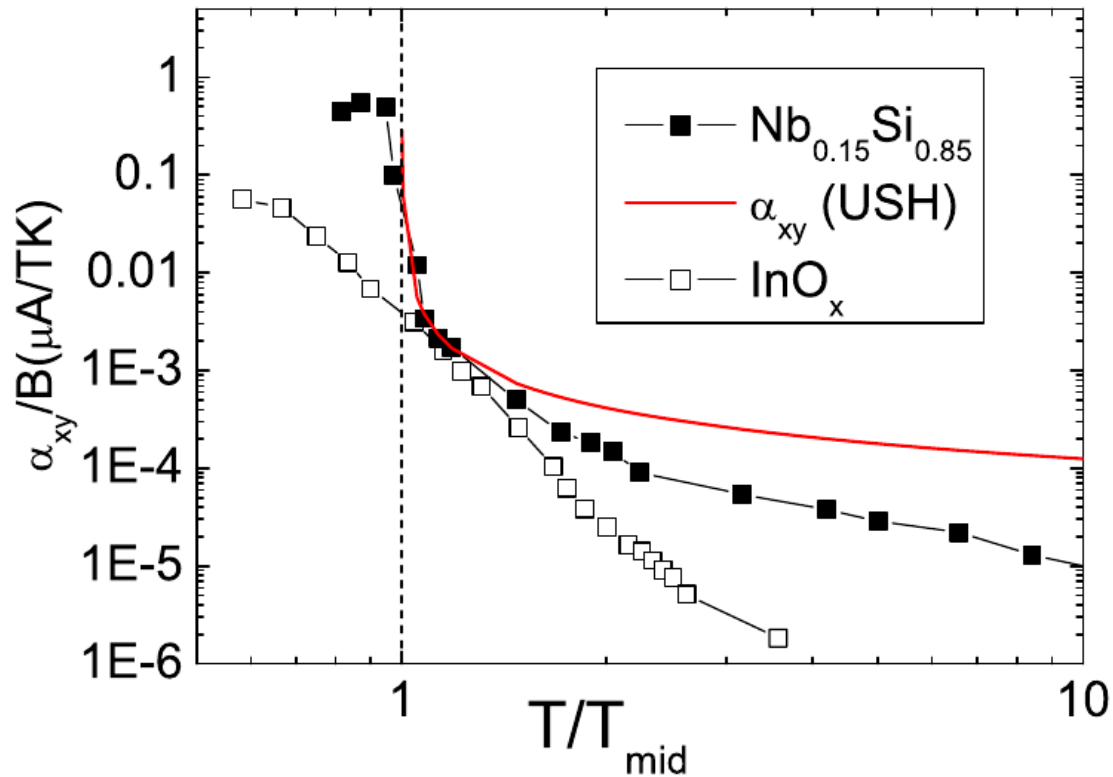
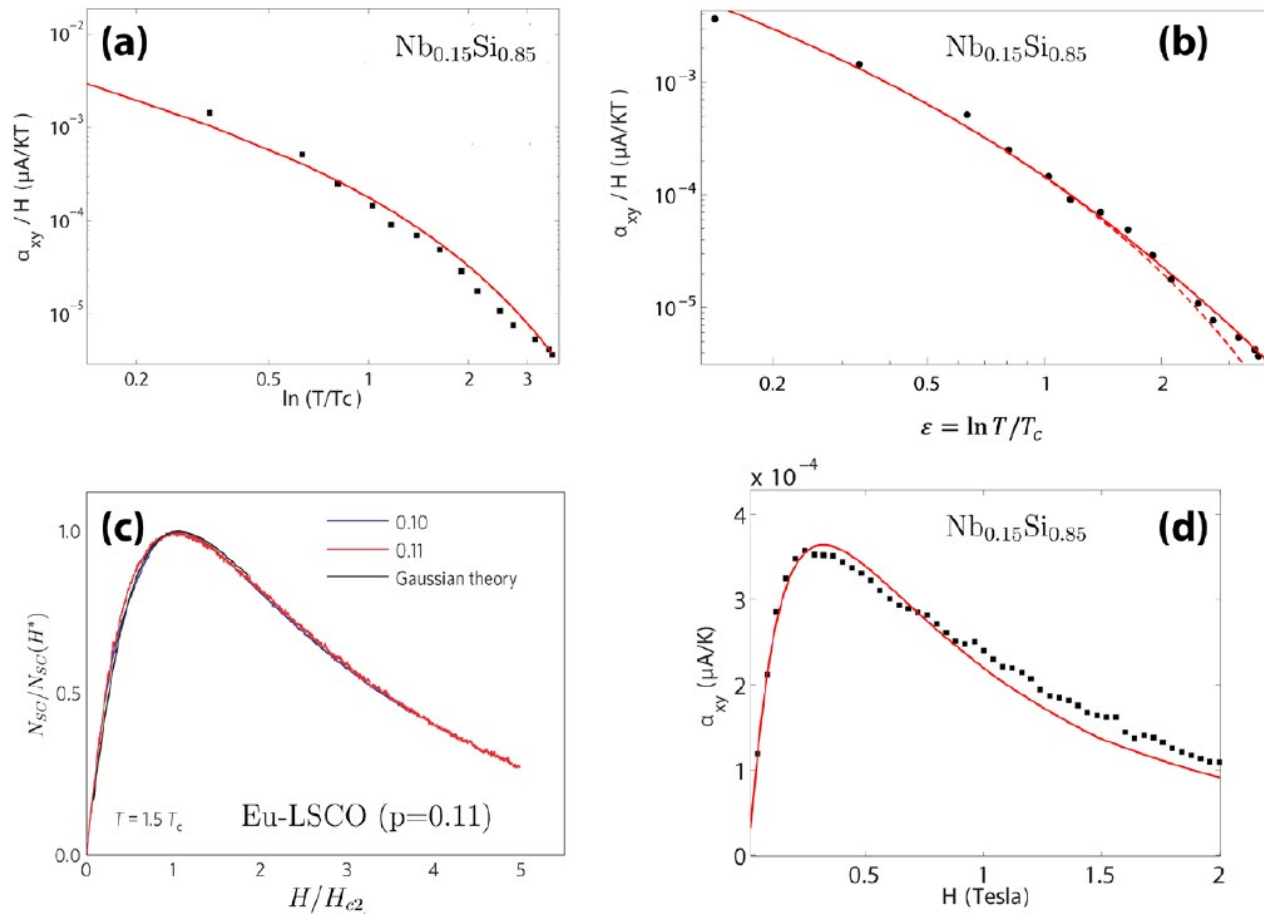


Figure 6. Peltier coefficient $\frac{\alpha_{xy}^{SC}}{B}$ in the zero magnetic field limit plotted as a function of temperature for $\text{Nb}_{0.15}\text{Si}_{0.85}$ and InO_x . The data for $\text{Nb}_{0.15}\text{Si}_{0.85}$ are compared with USH theory.

Два вопроса:

- 1) как описать поведение флуктуаций при $T \gg T_c$ в $\text{Nb}_{1-x}\text{Si}_x$?
- 2) что происходит в InO_x ?



Ответ на вопрос №1

Serbyn M N, Skvortsov M A, Varlamov A A and Galitski V
 2009 Giant Nernst effect due to fluctuating Cooper pairs in
 superconductors *Phys. Rev. Lett.* **102** 067001
 Michaeli K and Finkel'stein A M 2009 Fluctuations of the
 superconducting order parameter as an origin of the Nernst
 effect *Europhys. Lett.* **86** 27007

Полная микроскопическая
 теория, применимая для
 обычных грязных
 сверхпроводников
 при всех температурах

Figure 9. Temperature dependence of $\frac{\alpha_{xy}^{SC}}{B}$ for $\text{Nb}_{0.15}\text{Si}_{0.85}$ compared with a theory by Serbyn *et al* [62] (a) and with the theory by Michaeli *et al* [63, 64] (b). These theories describe the experimental data well above T_c . Magnetic field dependence of $\frac{\alpha_{xy}^{SC}}{B}$ for $\text{Nb}_{0.15}\text{Si}_{0.85}$ (c) and Eu-LSCO (d) compared with the theory by Michaeli *et al* [63, 64]. This theory successfully describes the experimental data even at high magnetic field and reproduces the maximum observed at B^* .

Осталось необъясненными:

- Эффект Зеебека в “сверхпроводящей термопаре”
- Величина эффект Нернста при $T < T_c$
- Эффект Нернста в InOx - везде