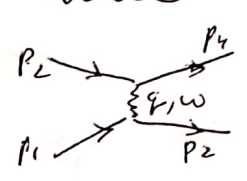


1. Притяжение из-за фононов
2. Особая особенность вершинной части при $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 \approx 0$ и $|\epsilon_1, \epsilon_2| \lesssim \omega_D$ - "куперовский канал"
3. Роль куперовского отталкивания, "Толмаев лог"
4. Спиновая структура парной в.ф.

2018 Лекция 9

1. Связанное состояние (e-e) - требуется критиче-
ские условия между электронами.



$$H_{int} = g \psi^\dagger \alpha \psi(x) \varphi(x)$$

$$g^2 D(\omega, q) = g^2 \frac{s^2 q^2}{\omega^2 - s^2 q^2} \approx -g^2$$

$$\bar{q} = \bar{p}_1 - \bar{p}_3$$

$$\omega = \epsilon_1 - \epsilon_3$$

$$g_{typ} \sim p_F; \quad s q_{typ} \sim \frac{s}{v_F} E_F \sim \omega_D$$

$$\omega_{typ} \sim \omega_D \ll s q_{typ}$$

$p_F \sim k_0$
(оборотов в металле)

В области $\omega \lesssim \omega_D$, $q \ll p_F$
эффект взаим. сводится к

$$V_{BSS} = \frac{\lambda}{2} \int d\vec{r} \psi_{\alpha}^{\dagger} \psi_{\beta}^{\dagger} \psi_{\beta} \psi_{\alpha}$$

Тогда это пишется в \vec{p} -предст:

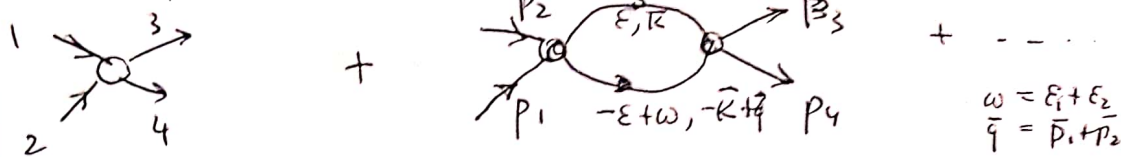
$$V_{BSS} = \frac{\lambda}{2 (2\pi)^3} \sum_{p_1, p_2, p_3, p_4} a_{p_1 \sigma_1}^{\dagger} a_{p_2 \sigma_2}^{\dagger} a_{p_3 \sigma_3} a_{p_4 \sigma_4}$$

$$\Theta_p = \begin{cases} 1 & |\epsilon(p)| < \omega_D \\ 0 & |\epsilon(p)| > \omega_D \end{cases}$$

это - модель БКШ

2. Корреляционная функция в квантовом канале

$\Gamma_{\alpha\beta, \gamma\delta}(p_1, p_2; p_3, p_4) = \lambda (\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma})$



$$\lambda + i\lambda^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} G(E, \vec{k}) G(-E+\omega, -\vec{k}+\vec{q}) =$$

$$= \lambda \left[1 + \lambda \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\text{sgn} \vec{k}}{\omega - \xi_{\vec{k}} - \xi_{\vec{q}-\vec{k}} + i\delta \text{sgn} \xi_{\vec{k}}} \times \theta(\xi_{\vec{k}} \xi_{\vec{q}-\vec{k}}) \right]$$

$$\lambda I = \lambda \left(\frac{mp_F}{2\pi^2} \right) \int_0^{\omega_D} d\xi \int_0^1 dx \left[\frac{1}{\omega + 2\xi + v_F q x - i\delta} + \frac{1}{-\omega + 2\xi + v_F q x - i\delta} \right] =$$

$\lambda_0 \equiv \lambda v_0$
 $x = \omega / (v_F q)$

$$= -\lambda_0 \left[1 + \frac{1}{2} \ln \frac{2\omega_D}{\omega + v_F q - i\delta} + \frac{1}{2} \ln \frac{2\omega_D}{-\omega + v_F q - i\delta} + \frac{\omega}{2v_F q} \left(\ln \frac{\omega - i\delta}{\omega + v_F q - i\delta} + \ln \frac{v_F q - \omega - i\delta}{-\omega - i\delta} \right) \right]$$

Таким образом: $\lambda_0 \rightarrow \lambda_0 \neq \lambda_0^2 \ln \frac{\omega_D}{\max(\omega, v_F q)}$, most singular term

Надо решить уравнение $\Gamma = \tilde{\Gamma} + \int \tilde{\Gamma} G G \Gamma dE d^3K$ где $\tilde{\Gamma}$ не содержит квантовых поправок

можно заменить $\tilde{\Gamma} \rightarrow \lambda$ (с.н. АГД)

Тогда это уравнение сводится к ГЕОН. уравн. $\omega > v_F q$

$$\Gamma = (\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma}) \frac{\lambda}{1 + \lambda_0 \left[\ln \frac{2\omega_D}{\omega} + \frac{i\pi}{2} + 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{\omega^2}{\omega^2 - v_F^2 q^2} + \frac{\omega}{2v_F q} \ln \frac{\omega - v_F q}{\omega + v_F q} \right]}$$

Полюсы $\varphi = 0$; $\omega = |\omega| e^{i\varphi}$

8-3

$$\Gamma(\omega) = \frac{\lambda}{1 + \lambda_0 \left[\ln \frac{2\omega_0}{|\omega|} + i\frac{\pi}{2} - i\varphi \right]}$$

Сингулярность при $\varphi_\omega = \pi/2$, $\lambda_0 < 0$ и

$|\omega| = \Omega = 2\omega_0 e^{-|\lambda_0|}$ Верхняя частота!
исходн. эффкт Неустойчивость

Вблизи полюса $\sqrt{\Gamma(\omega)} = -\frac{i\Omega}{\omega - i\Omega}$

При увеличении q увеличивается $|\omega(q)|$ уменьшается
неустойчивость пропадает при $q > \sqrt{2} R/v_F$

(Задача: получить это!)

Вывод: существенны малые $|\vec{p}_1 + \vec{p}_2| \approx \frac{R}{v_F}$

Обсудить: смысл "притяжение"

Дальше пишем λ_0 вместо $|\lambda_0|$

3. Роль кулона

$$V_{total} = -\lambda (\omega < \omega_0) + M_c$$

$$M_c = \left\langle \frac{4\pi e^2}{q^2 + \kappa^2} \right\rangle_{\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'} = \frac{\pi e^2}{P_F^2} \ln \left(1 + \frac{4P_F^2}{\kappa^2} \right)$$

$$\kappa^2 = 8\pi v_0 e^2$$

$\gamma_0 M_c \sim 1$ для металлов

Поэтому λ важнее?

Рассмотрим область энергии
 $\omega_D \lesssim \omega \lesssim E_F$. Здесь

$$\begin{aligned} \nu_0 \Gamma(\omega) &\approx \frac{\nu_0 \mu_c}{1 + \nu_0 \mu_c \ln \frac{E_F}{|\omega|}} \approx \frac{1}{\ln \frac{E_F}{|\omega|}} = \\ &\approx \frac{1}{\ln \frac{\sqrt{E_F}}{5}} = \frac{1}{\ln \sqrt{\frac{M}{m}}} \approx 0.2 \end{aligned}$$

$$M/m \approx 10^4$$

При $\omega \approx \omega_D$ добавляется притяжение

$$\nu_0 \lambda_{\text{eff}}(\omega < \omega_D) = \nu_0 \lambda_0 - \frac{1}{\ln \frac{E_F}{\omega_D}}$$

Если $\lambda_0 > \frac{1}{\ln \frac{E_F}{\omega_D}}$, то при $\omega < \omega_D$ форми-
руется притяжение

Задача: использовать этот вопрос количественно
 для модели

$$V = -\lambda V(\epsilon) V(\epsilon') + \mu_c$$

$$\text{где } V(\epsilon) = \frac{\omega_D}{\sqrt{\epsilon^2 + \omega_D^2}}$$

$$\text{Здесь } \epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_2; \quad \epsilon' = \epsilon_3 = -\epsilon_4$$

Показать, что квант. неустойчивость сохраняется

с заменой $\lambda_0 \rightarrow \lambda_0 - \frac{1}{\ln \frac{E_F}{\omega_D}} \approx \lambda_0 - \frac{1}{\ln \frac{E_F}{\omega_D}}$

$$\mu_x = \frac{\mu_c \nu_0}{1 + \mu_c \nu_0 \ln \frac{E_F}{|\omega_D|}}$$

Все это основано на $\omega_D \ll E_F$

Бывает ли не так?

Phys Rev 163, 380 (1967)

SrTiO3



2. Спinoвая структура и фазы ^3He

Пространственная чётность: $g_e(-\vec{k}) = (-1)^l g_e(\vec{k})$.

$$\Psi_e = g_e(\vec{k}) \chi \quad \chi = \begin{pmatrix} |1\uparrow\uparrow\rangle & |1\downarrow\downarrow\rangle \\ |1\downarrow\uparrow\rangle & |1\uparrow\downarrow\rangle \end{pmatrix}$$

Чётные l (синглет): $|1\downarrow\uparrow\rangle - |1\uparrow\downarrow\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = i\sigma_y$

Нечётные l (триплет) $d_x(|1\downarrow\downarrow\rangle - |1\uparrow\uparrow\rangle) + d_y(i|1\uparrow\uparrow\rangle + i|1\downarrow\downarrow\rangle) + d_z(|1\downarrow\uparrow\rangle + |1\uparrow\downarrow\rangle) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{pmatrix} -d_x + id_y & d_z \\ d_z & d_x + id_y \end{pmatrix} = i(\vec{d}\vec{\sigma})\sigma_y$

Синглет: $\Psi_e = g(\vec{k}) i\sigma_y = \sum_m a_{em} Y_{em}(\hat{k}) i\sigma_y$

Триплет: $\Psi_e = i(\vec{d}(\vec{k})\vec{\sigma})\sigma_y \quad d_\alpha(\vec{k}) = \sum_m b_{em}^\alpha Y_{em}(\hat{k})$

Примеры:

Обычный сверхпроводник: $l=0 \quad \Psi(\vec{r}) = \psi_0$

HTSC: $l=2 \quad \Psi \propto (Y_{22} + Y_{2,-2}) \propto (\hat{k}_x^2 - \hat{k}_y^2)$ (гипотеза)

^3He : $l=1 \quad s=1$

B-фаза: $\vec{d} \propto \hat{k} = (\hat{k}_x, \hat{k}_y, \hat{k}_z) \quad [|S_z=1, m=-1\rangle, |S_z=1, m=0\rangle, |S_z=1, m=1\rangle]$

планарн. фаза: $\vec{d} \propto (\hat{k}_x, \hat{k}_y, 0) \quad [|S_z=1, m=-1\rangle, |S_z=1, m=1\rangle]$

полярн. фаза: $\vec{d} \propto (0, 0, \hat{k}_z) \quad [|S_z=0, m=0\rangle]$

A-фаза: $\vec{d} \propto (\hat{k}_x, 0, 0) \quad [|S_z=1, m=1\rangle, |S_z=1, m=-1\rangle]$

A₁-фаза: $\vec{d} \propto (\hat{k}_x, i\hat{k}_y, 0) \quad [|S_z=1, m=1\rangle]$

β-фаза: $\vec{d} \propto (k_x, ik_x, 0) \quad [|S_z=1, m=1\rangle, |S_z=1, m=-1\rangle]$

исч. фазы

