Резистивное состояние и кинтика (одиночных вихрей)

① Резистивное состояние

$$\vec{E} = \frac{1}{c}\left[\vec{B} \times \vec{V_v}\right]; \qquad \eta_v \vec{V_v} = \frac{1}{c}\left[\vec{j}_{tr} \times \vec{\Phi_0}\right]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\eta_v} \frac{B\Phi_0}{c} \vec{j}_{tr} \equiv \rho_{ff} \vec{j} \Rightarrow \rho_{ff} = \frac{B\Phi_0}{c^2 \eta_v}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\eta_v}\frac{B\Phi_0}{c}\vec{j}_{tr} \equiv \rho_{ff}\vec{j} \Rightarrow \rho_{ff} = \frac{B\Phi_0}{c^2\eta_v}$$

Откуда берется η_v? – диссипация энергии в коре вихря

При $B \ll H_{c2}$ ожидается, что

$$\rho_{ff} \simeq \frac{B}{H_{c2}}\rho_n \Rightarrow \boxed{\eta_v \simeq \frac{H_{c2}\Phi_0}{c^2\rho_n}}$$

② Пиннинг решетки вихрей в пластине толщины d

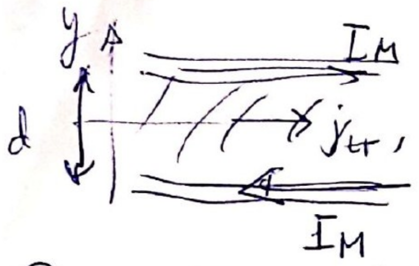
$$j_c = \frac{2cM\sqrt{\Phi_0}}{\lambda\sqrt{B}\cdot d}$$

где $M = \frac{c}{4\pi}|B - H_{ex}| \equiv I_M$

(39.6) Шмидт стр. 224–227

При $d \to \infty$ $j_c \to 0$. Как быть?

1a



$$I_M = cM = \frac{c}{4\pi}\left|B - H_{ext}\right| \qquad (1a)$$

$$j(y) = \frac{cM}{\lambda} e^{-y/\lambda}$$ от края

Сила $F_M = \frac{1}{c} j_M \Phi_0 = \frac{M\Phi_0}{\lambda} e^{-y/\lambda}$ на вихрь

Возвращающая сила при смещении решетки на δy_1:

$$\int_0^\infty \frac{\partial F_M}{\partial y} \delta y_1 \cdot \frac{1}{a} dy = \frac{M\Phi_0}{\lambda^2} \delta y_1 \frac{\lambda}{a_0} \times \frac{1}{a_0} \times 2$$

число вихрей на единице длины в этом направлении тока j

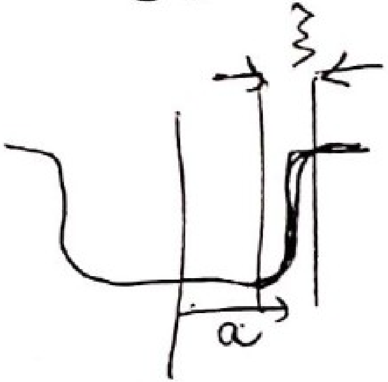
Итого $$\delta F_{возвр} = \frac{2M\Phi_0}{\lambda a_0^2} \delta y_1 = \frac{2MB}{\lambda} \delta y_1$$

$$F_{Lor} = \frac{1}{c} I_{tr} B \qquad \delta y_1 = \frac{\lambda I_{tr}}{c\, 2M} \le a_0$$

$$I_{crit} = j_{crit} d = \sqrt{\frac{\Phi_0}{B} \frac{2Mc}{\lambda}}$$

③ Пиннинг вихря цилиндр. дефектом

Выигрыш энергии на единицу длины $\frac{H_c^2}{8\pi}\cdot\pi\xi^2 = \mathcal{E}_{pin}$



$a \gg \xi$

Сила пиннинга –

$$f_{pin} = \frac{\mathcal{E}_{pin}}{\xi}$$

Критический ток $j_c\cdot\frac{\Phi_0}{c} = f_{pin}$

В результате

$$j_c = \frac{c H_c^2}{8\Phi_0}\xi = \frac{c\Phi_0}{64\pi^2\lambda^2\xi} \boxed{\equiv \frac{cH_c}{16\sqrt{2}\pi\lambda}}$$

Сравним с током распаривания

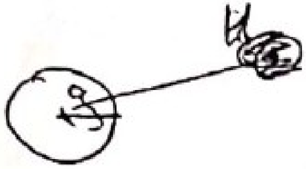
$$j_0 = \frac{c\Phi_0}{12\sqrt{3}\pi^2\lambda^2\xi} = \boxed{\frac{cH_c\sqrt{2}}{6\pi\sqrt{3}\,\lambda}}$$

$$j_c/j_0 \simeq \frac{12\sqrt{3}}{64} = \frac{3\sqrt{3}}{16} \simeq 1/3$$

Это очень сильный пиннинг

Подробнее: Мкртчян, Шмидт ЖЭТФ 61, 367 (1971)

Взаимодействие вихря и дырки на большом расстоянии >> ξ



$u \to \xi$

$$\mathcal{F}_{GL} = \int d^2r\, dz \left[\alpha|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2m^*}\left|\left(\nabla - i\frac{2eA}{\hbar c}\right)\Psi\right|^2 \right]$$

$$\Psi_{\vec u}(\vec r) = \Psi_{vortex}(\vec r - \vec u)$$

Область $|r| < a$ исключена из интеграл

$$\Delta \mathcal{F}_{GL} = L_z \int_0^{|r|<a} d^2r \, \frac{\alpha^2}{2\beta} \cdot |\psi_v(\vec r - \vec u)|^2$$

где $\psi_v = \dfrac{\Psi_{vortex}}{\Psi_0}$ $\quad \Psi_0 = \sqrt{|\alpha|/\beta}$

Итак, $\varepsilon_{вих} = \frac{\Delta F_{sc}}{L_z} = \frac{H_c^2}{8\pi}\left(1 - f^2(r)\right) =$

$= \frac{H_c^2}{8\pi} \frac{2\xi^2 \cdot \pi a^2}{r^2}$ при $r \gg \xi$

$$f(r) = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 2\xi^2}}$$

Имеется 2 разных эффекта, возникающих с приближением T к T_c

1) ξ становится больше „a"
поэтому скейлинг $j_c \sim (T_c - T)^{3/2}$
перестает действовать

2) вихрь не обязательно прямой
(флуктуации $\vec{u}(z)$)

Нужно усреднить по всевозможным (4.)
флуктуациям формы вихря

Для этого надо знать энергию
изгиба вихря

$$F_{el}[\vec{u}(z)] = \varepsilon_1 \int dS = \varepsilon_1 \int dz \sqrt{1+\left(\frac{du}{dz}\right)^2} =$$

$$= \varepsilon_1 L_z + \frac{\varepsilon_1}{2}\int\left(\frac{du}{dz}\right)^2 dz$$

$$F_{total}^{(\bar u)} = \frac{\varepsilon_1}{2}\int\left(\frac{d\bar u}{dz}\right)^2 dz - V_0\int\frac{dz}{u^2(z)+\xi^2}$$

где $V_0 = \dfrac{\Phi_0^2 a^2}{64\pi\lambda^2}$ $\qquad$ ↑ притяжение

Стат. сумма $Z = \int \mathcal{D}\bar u(z)\, e^{-F[\bar u]/T}$

формально $\Longleftrightarrow$ Фейнман path integral

Уравнение Шрод. в мнимом времени

$$T\frac{\partial\Psi}{\partial z} = -\hat H\Psi \qquad \text{где } \hat H = -\frac{T^2}{\varepsilon_1}\nabla_u^2 - \frac{V_0}{u^2+\xi^2}$$

Уровень "энергии" $E_0 = -|E_0|$ дает ~~...~~ выигрыш своб. энергии на ~~е~~диницу длины вихря при учете флуктуаций

Замечание: ε_1 - не постоянная на самом деле, а $\varepsilon_1(k)$

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \ln \varkappa \to \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \ln \frac{1}{\xi(k+1/\lambda)}$$

6:

Пиннинг вихря точечными дефектами

$$\alpha(\vec r, z) = \bar\alpha + \delta\alpha(\vec r, z)$$

модель зависит от координат $r_c(\vec r, z)$

$$E_{pin} = \int d^2r\, dz\, \delta\alpha(\vec r, z)\left|\Psi(\vec r - \vec u(z))\right|^2 =$$

$$= \int d^2r\, dz\, \frac{\delta\alpha(\vec r, z)}{\bar\alpha} \cdot \underbrace{\bar\alpha \Psi_0^2}_{\frac{2H_c^2}{8\pi}} \cdot \Big[\underbrace{\left|\psi_v(\vec r - \vec u(z))\right|^2 - 1}_{-p(\vec r - \vec u)}\Big]$$

форм-фактор

$$= E_{pin}[\vec u(z)]$$

$$\langle \delta\alpha(\bar r, z)\,\delta\alpha(\bar r', z')\rangle = \frac{\gamma_\alpha}{\cancel{}}\,\delta(z-z')\,\delta(\bar r-\bar r')$$

$$\langle E_{кон}(z,u)\,E_{рон}(z',u')\rangle = \gamma\,\xi^4 K(|\bar u-\bar u'|)\,\delta(z-z')$$

$$\gamma = 2\pi\,\frac{\gamma_\alpha}{\alpha^2}\left(\frac{he^2}{4\pi}\right)^2 \qquad K(u) \simeq \begin{cases} \frac{1}{\xi^2}, & u\to 0 \\ \frac{1}{u^2}\ln\frac{u}{\xi}, & u \gg \xi \end{cases}$$

$$[\gamma] = \frac{\text{энергия}^2}{\text{длина}} \qquad \left[\frac{\gamma_\alpha}{\alpha^2}\right] = \text{длина}^3$$

E^2