1. Докажите, что для любого $p > 0$ существует последовательность случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$ и случайная величина ξ такие, что $\xi_n \xrightarrow{\mathsf{P}} \xi$, то нет ни сходимости почти наверное, ни сходимости в L_p к ξ.

2. Докажите, что $|\mathrm{cor}(\xi, \eta)| = 1$ тогда и только тогда, когда для некоторых $a, b \in \mathbb{R}$ $\mathsf{P}(\xi = a\eta + b) = 1$.

3. Докажите, что если последовательность случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$ сходится к константе $c \in \mathbb{R}$ по распределению, то тогда и $\xi_n \xrightarrow{\mathsf{P}} c$.

4. Решите предыдущую задачу для последовательностей случайных векторов и $c \in \mathbb{R}^k$.

5. С помощью факториальных моментов найдите $\mathsf{E}\xi^5$ пуассоновской случайной величины ξ с параметром 1.

6. Найдите характеристическую функцию экспоненциального распределения, распределения Коши и распределения Лапласа.

7. Найдите плотность стандартного нормального распределения с помощью характеристической функции. Решите эту же задачу для экспоненциального распределения, распределения Коши и Лапласа.

8. Вероятность обнаружения частицы при некотором излучении прибором равна 0.9995. Найти приближенное значение вероятности того, что при излучении 10000 части будет не обнаружено не более трех частиц.

9. Брошено 1800 игральных костей. Найти приближенное значение вероятности того, что суммарное число появлений 2 и 6 не меньше, чем 620.

10. В задачах математической статистики часто используется предположение о том, что данные, представленные последовательностью наблюдаемых чисел $x_1, x_2, \ldots$, являются суммой некоторой детерминированной последовательности чисел $a_1, a_2, \ldots$, описываемых каким-нибудь простым законом, и случайным шумом, т.е. последовательностью независимых случайных величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$, принимающих небольшие значения. Пусть эти случайные величины имеют следующее распределение:

$$\mathsf{P}(\varepsilon_i = 0) = 0.9997,\ \mathsf{P}(\varepsilon_i = 1) = 0.0001,\ \mathsf{P}(\varepsilon_i = 2) = 0.0002,\ i \in \{1, 2, \ldots\}.$$

Найдите вероятность того, что суммарное значение шума $\varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_n$ для $n = 10000$ наблюдений не превосходит числа 3.