

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Институт теоретической физики имени Л.Д. Ландау РАН

М. Ю. Харитонов

**УСИЛЕНИЕ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ
В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ТОНКИХ ПЛЕНКАХ
ПРОДОЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

Дипломная работа
кафедры “Проблемы теоретической физики”

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
проф. Фейгельман М. В.

Черноголовка - 2004

Содержание

Введение	1
1 Модель	3
2 Метод	5
2.1 Используемые приближения	6
2.2 Орбитальный эффект магнитного поля	7
2.3 Спиновая структура уравнения на температуру перехода	8
2.4 Диаграммная техника	9
3 Усредненная функция Грина	10
3.1 Свойства частоты обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon)$	14
4 Уравнения на Куперон	15
5 Анализ фазовой диаграммы	17
5.1 Нулевое поле	17
5.2 Усиление сверхпроводимости магнитным полем	17
5.3 Условия слабости парамагнитного и орбитального эффектов	19
5.4 “Порождение сверхпроводимости” магнитным полем	22
5.4.1 Критическая точка при нулевой температуре	23
5.5 Низкие поля и температуры	25
Приложения	25
А Вывод γ_{orb}	25
Б Влияние эффекта Кондо	26
В Роль обменного поля электронов и взаимодействия РККИ	26
Г Малые поля $h \ll T_c(0)$	27
Д Малые $\nu_S \ll T_{c0}$	29

Введение

Задача о сверхпроводящем сплаве с магнитными примесями была рассмотрена давно Абрикосовым и Горьковым (АГ) [1]. Они показали, что сверхпроводимость подавляется за счет рассеяния электронов проводимости на магнитных примесях, связанного с обменным взаимодействием. Температура сверхпроводящего перехода T определяется из уравнения

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S} \right). \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon = 2\pi T(m + 1/2)$ – фермионная частота (m целое), T_{c0} – температура перехода в чистом образце (точнее, не содержащем магнитных примесей, но, возможно, содержащем потенциальные или спин-орбитальные примеси), $\nu_S = 2\pi\nu_F n_S J^2 S(S + 1)$ частота обменного рассеяния электронов на магнитных примесях. (ν_F – плотность состояний электронов в металле на уровне Ферми на одну проекцию спина, n_S – концентрация магнитных примесей, J – константа обменного взаимодействия, а S – длина спинов примеси). График функции $T = T_{AG}(\nu_S)$, задаваемой неявно уравнением (1), приведен на рис. (1). Существует критическое значение частоты обменного рассеяния $\nu_S^* = \pi/(2e^C) T_{c0} = 0.882 T_{c0}$, ($C = 0.577$ – константа Эйлера) при котором сверхпроводимость полностью исчезает. Критическая концентрация, соответствующая ν_S^* , будет в дальнейшем обозначаться как n_S^* . Необходимо подчеркнуть, что ν_S есть *полная* частота обменного рассеяния, т.е. является суммой частоты рассеяния с изменением проекции спина примеси (и электрона) $2\pi\nu_F n_S J^2 (\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle) = \frac{2}{3}\nu_S$ и частоты рассеяния с сохранением проекции спина $2\pi\nu_F n_S J^2 \langle S_z^2 \rangle = \frac{1}{3}\nu_S$.

Однако эти результаты были получены для случая, когда спины примесей находятся

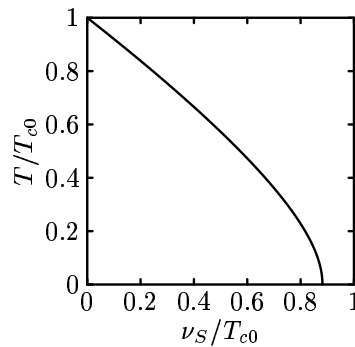


Рис. 1: Температура сверхпроводящего перехода $T_{AG}(\nu_S)$ как функция частоты обменного рассеяния на магнитных примесях (результат Абрикосова-Горькова). При $\nu_S \geq \nu_S^*$ сверхпроводимость полностью подавлена.

в нулевом поле и не поляризованы. Представляло интерес исследовать сверхпроводящую систему с магнитными примесями, помещенную в магнитное поле. При этом было замечено, что полная частота обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon)$, равная ν_S для неполяризованных примесей, уменьшается с увеличением поляризации примесей внешним полем. $\Gamma(\varepsilon)$ достигает своего минимального значения $\nu_\infty = \nu_S \frac{S}{S+1}$ в бесконечном поле, когда примесные спины полностью поляризованы и процессы обменного рассеяния с переворотом спина (spin flip процессы) “вымерзают”. Эффект возникает благодаря квантовым флуктуациям примесных спинов, поэтому он наиболее силен для $S = 1/2$ и исчезает в пределе классических спинов $S \rightarrow \infty$.

При отсутствии 1) орбитального эффекта внешнего магнитного поля и 2) парамагнитного эффекта внешнего поля и обменного поля поляризованных примесей, подавляющих сверхпроводимость, указанный эффект уменьшения полной частоты обменного рассеяния приводил бы к увеличению температуры перехода с ростом поля по сравнению с результатом $T_{AG}(\nu_S)$ Абрикосова-Горькова в нулевом поле. В реальной системе парамагнитный и орбитальный эффекты всегда присутствуют, однако возможно сделать их достаточно слабыми для того, чтобы в некотором диапазоне магнитных полей $h = \mu_B H$ можно было наблюдать повышение температуры перехода $T_c(h) > T_c(0)$.

В данной работе была предложена и теоретически исследована система, в которой реализуется такая возможность. Как известно спин-орбитальное рассеяние ослабляет парамагнитный эффект [2],[3],[4]. Поэтому мы предположили, что образец загрязнен спин-орбитальными примесями, т.е. примесями, при рассеянии на которых существенно спин-орбитальное взаимодействие. Чтобы существенно ослабить орбитальный эффект, мы рассмотрели образец в виде тонкой пленки и направили внешнее поле вдоль ее поверхности [5]. Кроме того, обычное потенциальное рассеяние также уменьшает орбитальный эффект [6], поэтому мы также предположили, что в системе имеется достаточное количество потенциальных примесей. Отметим, что наличие потенциальных и спин-орбитальных примесей (в приближении слабого беспорядка) не меняет результат Абрикосова-Горькова (1) для температуры перехода в нулевом поле [1],[7].

Требование того, чтобы наблюдался рост температуры перехода, приводит к достаточно жестким условиям на частоту спин-орбитального рассеяния ν_{so} , частоту потенциального рассеяния ν и толщину пленки d . А именно, условие, связанное с парамагнитным эффектом, имеет вид:

$$\frac{\nu_{so}}{\nu_S} \gg \zeta^2. \quad (2)$$

Здесь $\zeta = n_S |J| S / \nu_S = 1 / (2\pi \nu_F |J| (S + 1))$ есть обратный борновский параметр для обменного взаимодействия электронов с магнитными примесями, который предполагает-

ся большим. Отметим сразу, что наибольший интерес представляют значения $\nu_S \sim T_{c0}$. Условие же, относящееся к орбитальному эффекту, формулируется так:

$$(p_F d)^2 \ll \frac{\nu}{T_{c0}} \quad (3)$$

где p_F - Ферми-импульс.

При выполненных условиях (2), (3) и для достаточно коротких (квантовых) спинов $S \sim 1$ магнитных примесей были получены следующие результаты. При $n_S < n_S^*$, т.е. когда существует конечная температура перехода $T_c(0) = T_{AG}(\nu_S)$ в нулевом поле, температура перехода $T_c(h) > T_c(0)$ в некотором диапазоне полей $h \sim T_{c0}$. Если же $n_S > n_S^*$, то сверхпроводимость в нулевом поле полностью подавлена. Однако оказывается, что в интервале концентраций $n_S^* < n_S < n_S^{**}$, где n_S^{**} - некоторая концентрация, меньшая $n_S^*(S+1)/S$ (но большая n_S^*), существует режим "порождения сверхпроводимости магнитным полем": конечная температура перехода $T_c(h)$ существует в диапазоне полей, начиная с некоторого ненулевого критического поля h^* , однако в меньших полях $0 \leq h < h^*$ сверхпроводимость полностью подавлена.

1 Модель

Рассматривается сверхпроводящая пленка толщины d с синглетным типом спаривания, помещенная во внешнее магнитное поле величины H , направленное вдоль ее поверхности, и загрязненная магнитными, спин-орбитальными и потенциальными примесями. Для простоты примеси считаются точечными. Магнитное поле действует как на орбитальное движение и спины электронов проводимости, так и на спины магнитных примесей. В наших вычислениях мы рассматриваем движение электронов как трехмерное, поэтому предполагается выполненным условие $p_F d \gg 1$.

Гамильтониан задачи имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{BCS} + \mathcal{H}_{eS} + \mathcal{H}_S + \mathcal{H}_{eSO} + \mathcal{H}_{eU}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{BCS} = & \int \left\{ \psi_\alpha^\dagger \left(\frac{1}{2m} (\mathbf{p} - e/c\mathbf{A})^2 - \varepsilon_F \right) \psi_\alpha + \right. \\ & \left. + \frac{\lambda}{2} \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta^\dagger \psi_\beta \psi_\alpha - \psi_\alpha^\dagger \sigma_{\alpha\beta}^z h \psi_\beta \right\} d\mathbf{r} \end{aligned}$$

представляет собой гамильтониан БКШ, включающий в себя также действие магнитного поля на орбитальное движение и спины электронов. Ось z направим вдоль магнитного поля, и выберем ее в качестве оси квантования спинов электронов и спинов

магнитных примесей. Здесь и далее $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – матрицы Паули электронов, а $h = \mu_B H$ – магнитное поле в энергетических единицах (μ_B – магнетон Бора). Далее,

$$\mathcal{H}_{eS} = \int \left\{ \psi_\alpha^\dagger \sum_a (u_1 \delta_{\alpha\beta} + J(\mathbf{S}_a, \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta})) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_a) \psi_\beta \right\} d\mathbf{r}$$

описывает взаимодействие электронов с магнитными примесями. \mathbf{R}_a есть положение a -й примеси, \mathbf{S}_a – оператор спина a -й примеси, J – константа обменного взаимодействия. Максимальная проекция примесных спинов (длина спинов) равна S . Обменное взаимодействие с каждой примесью можно записать в виде:

$$(\mathbf{S}, \boldsymbol{\sigma}) = S_- \sigma_+ + S_+ \sigma_- + S_z \sigma_z,$$

где $S_\pm = S_x \pm iS_y$, $\sigma_\pm = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$. Первые два члена отвечают рассеянию с переворотом спина (spin flip процессы), тогда как последний член соответствует рассеянию с сохранением проекции спина электрона и примеси.

$$\mathcal{H}_S = - \sum_a \omega_S S_a^z$$

представляет собой взаимодействие магнитных примесей с внешним магнитным полем, $\omega_S = g_S h = 2h$ – зеемановское расщепление примесных спинов ($g_S = 2$ – спиновый g -фактор).

$$\mathcal{H}_{eSO} = \int \left\{ \psi_\alpha^\dagger(\mathbf{r}) \sum_b v_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_b, \mathbf{r}' - \mathbf{R}_b) \psi_\beta(\mathbf{r}') \right\} d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$$

есть взаимодействие электронов со спин-орбитальными примесями, т.е. примесями, при рассеянии на которых существенно спин-орбитальное взаимодействие. Предполагается, что это атомы тяжелых элементов с большим атомным номером. Здесь $v_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – борновская амплитуда взаимодействия в координатном представлении. Поскольку вычисления проводятся в импульсном пространстве, нам необходимо лишь ее Фурье преобразование

$$v_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = u_2 \delta_{\alpha\beta} + i v_{so}/p_F^2([\mathbf{p}, \mathbf{p}'], \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}).$$

Наконец

$$\mathcal{H}_{eU} = \int \left\{ \psi_\alpha^\dagger \sum_c u \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_c) \psi_\alpha \right\} d\mathbf{r}$$

есть взаимодействие с потенциальными примесями.

Магнитные, спин-орбитальные и потенциальные примеси равномерно распределены по объему образца с концентрациями n_S , n_{so} и n , соответственно.

Отметим, что во взаимодействие электронов с магнитными и спин-орбитальными примесями, кроме чисто обменного $J(\mathbf{S}, \boldsymbol{\sigma})$ и чисто спин-орбитального $i v_{so}/p_F^2([\mathbf{p}, \mathbf{p}'], \boldsymbol{\sigma})$

рассеяния мы включили также некоторое потенциальное рассеяние, описываемое борновскими амплитудами u_1 и u_2 , соответственно. Это делает модель более реалистичной, т.к. потенциальное рассеяние всегда присутствует и на практике обычно больше как обменного, так и спин-орбитального. Как мы увидим, наличие потенциальных членов в \mathcal{H}_{eS} и \mathcal{H}_{eSO} не изменяет качественно поведения системы (по сравнению с их отсутствием), однако дает соответствующие вклады в полную частоту потенциального рассеяния наравне со вкладом, происходящим от \mathcal{H}_{eU} .

Задача состоит в исследовании температуры сверхпроводящего перехода $T_c(h)$ такой системы, как функции приложенного магнитного поля, а также параметров, связанных с рассеянием на примесях.

2 Метод

Задача решается с помощью диаграммных методов теории БКШ и теории неупорядоченных систем (“примесной техники”) [1],[8].

Температура перехода второго рода в сверхпроводящее состояние определяется как наибольшая температура T , при которой линейное интегральное уравнение

$$\Delta_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = |\lambda| \int d\mathbf{r}' \int_0^{1/T} d\tau' G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \tau; \mathbf{r}', \tau') \Delta_{\beta\delta}(\mathbf{r}') G_{\gamma\delta}(\mathbf{r}, \tau; \mathbf{r}', \tau') \quad (4)$$

для параметра порядка

$$\Delta_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = \lambda \langle \psi_\alpha(\mathbf{r}) \psi_\gamma(\mathbf{r}) \rangle \quad (5)$$

имеет нетривиальное решение. Здесь

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \tau; \mathbf{r}', \tau') = -\langle T_\tau \tilde{\psi}_\alpha(\mathbf{r}, \tau) \tilde{\psi}_\beta(\mathbf{r}', \tau') \rangle$$

есть функция Грина в конечнотемпературной (Мацубаровской) технике. В присутствии примесей это уравнение необходимо усреднить по их распределению. В приближении слабого беспорядка (см. ниже) параметр порядка в правой части уравнения (4) можно усреднять независимо от произведения функций Грина – соответствующие диаграммы, дающие вклад в неприводимое среднее от правой части, малы по примесному параметру $p_F l \gg 1$. Произведение двух функций Грина, усредненное по беспорядку, называется Купероном и равно (коэффициент $1/(\pi\nu_F)$ введен для удобства нормировки):

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(t, t', T; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{\pi\nu_F} \overline{G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \tau_+; \mathbf{r}', \tau'_+) G_{\gamma\delta}(\mathbf{r}, \tau_-; \mathbf{r}', \tau'_-)}$$

где

$$t = \tau_+ - \tau_-, \quad t' = \tau'_+ - \tau'_-,$$

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}(\tau_+ + \tau_-) - \frac{1}{2}(\tau'_+ + \tau'_-).$$

– Мадубаровские временные переменные, определенные на промежутке $[-1/T, 1/T]$.

Куперон имеет фермиевскую симметрию по t и t' :

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(t < 0, t' < 0, \mathcal{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = -C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}\left(t + \frac{1}{T}, t' < 0, \mathcal{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}'\right) = C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}\left(t + \frac{1}{T}, t + \frac{1}{T}, \mathcal{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}'\right)$$

и бозевскую по T :

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(t, t', \mathcal{T} < 0; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}\left(t, t', \mathcal{T} + \frac{1}{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}'\right).$$

Поэтому в Фурье преобразовании

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon', E; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_0^{1/T} dt \int_0^{1/T} dt' \int_0^{1/T} d\mathcal{T} C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(t, t', \mathcal{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}') e^{i(\varepsilon t + \varepsilon' t' + E\mathcal{T})}$$

ε и ε' являются фермиевскими частотами, а E – бозевской.

Уравнение (4), усредненное по примесям, имеет вид

$$\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = |\lambda| \nu_F \pi \int d\mathbf{r}' \int_0^{1/T} d\mathcal{T} C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(t = 0, t' = 0, \mathcal{T}; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{\Delta}_{\beta\delta}(\mathbf{r}'). \quad (6)$$

Переходя в Фурье-пространство по временным переменным, получим

$$\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = |\lambda| \nu_F \pi T^2 \sum_{\varepsilon, \varepsilon'} \int d\mathbf{r}' C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon', E = 0; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{\Delta}_{\beta\delta}(\mathbf{r}'). \quad (7)$$

Обозначая

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = T \sum_{\varepsilon'} C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon', E = 0; \mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$

получим

$$\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = |\lambda| \nu_F \pi T \sum_{\varepsilon} \int d\mathbf{r}' C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{\Delta}_{\beta\delta}(\mathbf{r}'). \quad (8)$$

Вводя температуру перехода T_{c0} для образца в отсутствии примесей и магнитного поля, последнее уравнение можно стандартным образом переписать в виде:

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} \bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = \pi T \sum_{\varepsilon} \int d\mathbf{r}' \left(\frac{1}{|\varepsilon|} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\gamma\delta} \delta^{\alpha\beta} - C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') \right) \bar{\Delta}_{\beta\delta}(\mathbf{r}'). \quad (9)$$

2.1 Используемые приближения

При вычислениях используются следующие приближения.

1) Приближение слабого беспорядка $p_F l \gg 1$ ($l = v_F/\nu$ длина пробега, связанная с потенциальным рассеянием), которое позволяет пренебрегать диаграммами с пересекающимися примесными линиями. При этом условии все вычисляемые собственно-энергетические

части линейны по концентрациям примесей.

2) Борновское приближение при рассеянии на отдельных примесях: учитываются первый (одиночные “кресты”) и второй (примесные линии, соединяющие только два “креста”) порядки. Введем обратный борновский параметр для обменного взаимодействия $\zeta = n_S J S / \nu_S = 1 / (2\pi \nu_F J (S + 1)) \gg 1$.

3) “Трязный предел”, означающий, что частота потенциального рассеяния ν является наибольшим энергетическим масштабом. Это приближение необходимо для упрощения вычислений при учете спин-орбитального рассеяния и орбитального эффекта магнитного поля и в условиях сильного спин-орбитального рассеяния сводится к условиям $\nu \gg \nu_{so}$, $l \ll d$.

2.2 Орбитальный эффект магнитного поля

В отсутствие орбитального эффекта магнитного поля рассматриваемая система была бы однородной (после усреднения по положениям примесей). В этом случае Куперон $C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r} - \mathbf{r}')$ зависел бы только от разности $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, решение (9) $\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = \bar{\Delta}_{\alpha\gamma}$ было бы константой и уравнение на температуру перехода T сводилось бы к

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} \bar{\Delta}_{\alpha\gamma} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} \delta_{\gamma\delta} \delta^{\alpha\beta} - C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon) \right) \bar{\Delta}_{\beta\delta}, \quad (10)$$

где

$$C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon) = \int d\mathbf{r} C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r})$$

– нулевая пространственная Фурье компонента Куперона.

При учете орбитального эффекта магнитного поля система становится неоднородной: Куперон $C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ зависит от двух пространственных координат \mathbf{r} и \mathbf{r}' , а не только от их разности $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, а соответствующее решение $\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}(\mathbf{r})$ не сводится к константе (зависит от \mathbf{r}). Однако, как следует из рассмотрения Маки [5] орбитального эффекта продольного магнитного поля для тонкой сверхпроводящей пленки с одними потенциальными примесями, при условии (и в диффузном приближении $l \ll d$)

$$\sqrt{\xi l} \gg d, \quad (11)$$

неоднородность, вносимая орбитальным эффектом, мала, и учет орбитального эффекта *формально эквивалентен* введению в собственно-энергетическую часть нулевой Фурье-компоненты $C(\varepsilon, \mathbf{q} = 0) = C(\varepsilon) = 1/|\varepsilon|$ пространственно-однородного (т.е. без учета магнитного поля) Куперона соответствующего фактора

$$\gamma_{orb} = \frac{2}{9} (p_F d)^2 \frac{\hbar^2}{\nu},$$

приводящего к подавлению сверхпроводимости:

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon|} \longrightarrow C(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon| + \gamma_{\text{orb}}}.$$

Тем самым уравнение на температуру перехода T в отсутствии магнитных и спин-орбитальных примесей а также парамагнитного эффекта магнитного поля имеет вид:

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - \frac{1}{|\varepsilon| + \gamma_{\text{orb}}} \right).$$

Вывод γ_{orb} проделан в приложении А.

Наше условие (3) на слабость орбитального эффекта, как нетрудно убедиться, сильнее условия (11) по примесному параметру $pFl \gg 1$. Можно убедиться, что наличие магнитных и спин-орбитальных примесей, а также парамагнитного эффекта магнитного поля, не меняет метода Маки рассмотрения орбитального эффекта. По этой причине, чтобы не загромождать вычисления, мы выведем уравнения на Куперон без орбитального эффекта магнитного поля, т.е. считая образец однородным, а затем учтем орбитальный эффект, введя γ_{orb} в собственно-энергетическую часть Куперона.

С учетом сказанного, уравнение на температуру перехода (9) можно переписать в виде

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} \bar{\Delta}_{\alpha\gamma} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} \delta_{\gamma\delta} \delta^{\alpha\beta} - C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon) \right) \bar{\Delta}_{\beta\delta} \quad (12)$$

где $C_{\gamma\delta}^{\alpha\beta}(\varepsilon)$ – нулевая пространственная Фурье-компонента однородного Куперона с учтенным описанным образом орбитальным эффектом.

2.3 Спиновая структура уравнения на температуру перехода

Из определения параметра порядка (5) непосредственно следует свойство

$$\Delta_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}) = -\Delta_{\gamma\alpha}(\mathbf{r}),$$

т.е. $\bar{\Delta}_{\alpha\gamma}$ представляет собой спиновый синглет:

$$\bar{\Delta}_{\alpha\gamma} = \bar{\Delta} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

и уравнение (12) имеет две нетривиальные компоненты:

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - C_{\downarrow}^{\uparrow}(\varepsilon) \right) \quad (13)$$

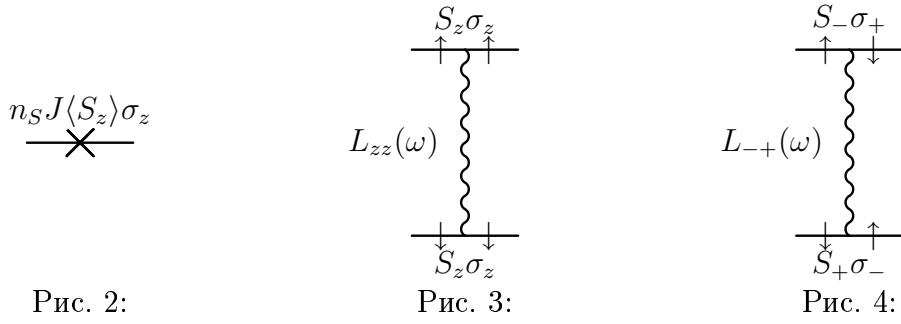


Рис. 2:

Рис. 3:

Рис. 4:

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - C_{\uparrow}^{\downarrow}(\varepsilon) \right) \quad (14)$$

где

$$C_{\downarrow}^{\uparrow}(\varepsilon) = C_{\downarrow\downarrow}^{\uparrow\uparrow}(\varepsilon) - C_{\downarrow\uparrow}^{\uparrow\downarrow}(\varepsilon) \text{ и } C_{\uparrow}^{\downarrow}(\varepsilon) = C_{\uparrow\uparrow}^{\downarrow\downarrow}(\varepsilon) - C_{\uparrow\downarrow}^{\downarrow\uparrow}(\varepsilon).$$

В симметризованном виде

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - C_0(\varepsilon) \right), \quad (15)$$

где

$$C_0(\varepsilon) = \frac{1}{2}(C_{\downarrow}^{\uparrow}(\varepsilon) + C_{\uparrow}^{\downarrow}(\varepsilon)).$$

Нам также понадобится следующая спиновая компонента

$$C_1(\varepsilon) = \frac{1}{2}(C_{\downarrow}^{\uparrow}(\varepsilon) - C_{\uparrow}^{\downarrow}(\varepsilon)).$$

2.4 Диаграммная техника

Поскольку в системе присутствуют три сорта примесей, на диаграммах имеются примесные линии трех сортов, соответствующие магнитным, спин-орбитальным и потенциальным примесям. Кроме того, первый борновский порядок по взаимодействию с магнитными примесями дает обменное поле (рис. 2), поляризующее спины электронов.

Потенциальное и спин-орбитальное рассеяние рассматриваются стандартным образом. Нетривиальным моментом является рассмотрение второго порядка по обменному взаимодействию с магнитными примесями. Поскольку магнитные примеси обладают собственной динамикой во внешнем магнитном поле, описываемой гамильтонианом $\mathcal{H}_S = -\sum_a \omega_S S_a^z$, соответствующим примесным линиям должны сопоставляться (с коэффициентом $n_S J^2$) корреляционные функции примесных спинов (в Мацубаровской технике):

$$L_{zz}(\omega) = \int_0^{1/T} \langle S_z(\tau) S_z(0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = \langle S_z^2 \rangle \frac{\delta_{\omega,0}}{T}$$

$$L_{-+}(\omega) = \int_0^{1/T} \langle S_-(\tau) S_+(0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{2 \langle S_z \rangle}{i\omega + \omega_S}$$

$$L_{+-}(\omega) = \int_0^{1/T} \langle S_+(\tau)S_-(0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{2 \langle S_z \rangle}{-i\omega + \omega_S}$$

Здесь $\omega = 2\pi Tn$ – бозевская частота (n целое). $L_{zz}(\omega)$ соответствует процессам обменного рассеяния без переворота спина (рис. 3), а $L_{-+}(\omega)$ и $L_{+-}(\omega)$ (рис. 4) – процессам с переворотом спина. Здесь и далее $\langle \dots \rangle$ обозначает термодинамическое усреднение по состояниям спина отдельной магнитной примеси, помещенной в магнитное поле h :

$$\langle \hat{A} \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{m=-S}^S A_{mm} e^{m\omega_S/T}, \quad Z = \sum_{m=-S}^S e^{m\omega_S/T}.$$

Так

$$\langle S_z \rangle = \left(S + \frac{1}{2} \right) \coth \left[\left(S + \frac{1}{2} \right) \frac{\omega_S}{T} \right] - \frac{1}{2} \coth \frac{\omega_S}{2T} \quad (16)$$

дается функцией Ланжевена. Можно убедиться что выполняется следующее соотношение

$$\langle S_{\perp}^2 \rangle = \langle S_z \rangle \coth \frac{\omega_S}{2T}$$

где $\langle S_{\perp}^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle$. Поэтому

$$\langle S_z^2 \rangle = S(S+1) - \langle S_z \rangle \coth \frac{\omega_S}{2T}.$$

Отметим, что при вычислениях мы используем “голые” корреляционные функции примесных спинов – т.е. вычисленные только с учетом внешнего магнитного поля и без учета обменного взаимодействия с электронами. Это справедливо в силу борновского приближения. Влияние поправок, связанных с обменным взаимодействием (обменное поле поляризованных электронов, эффект Кондо, а также взаимодействие РККИ между магнитными примесями) обсуждено в приложениях Б,В.

В пренебрежении диаграммами с пересекающимися примесными линиями, Куперон представляется в виде ряда диаграмм “лестничного типа”, каждая ступень которых содержит примесную линию определенного сорта, и произведение усредненных по беспорядку функций Грина, проинтегрированное по общему импульсу. Изучим подробно усредненную функцию Грина.

3 Усредненная функция Грина

Функция Грина, усредненная по распределению примесей, для направлений спина электрона вдоль (\uparrow) и против (\downarrow) внешнего поля h (недиагональные компоненты равны нулю) имеет вид:

$$G_{\uparrow,\downarrow}^{-1}(\varepsilon, \mathbf{p}) = i\varepsilon - \xi \pm h' + \frac{i}{2}(\nu + \nu_{so} + \Gamma(\varepsilon)) \text{sgn } \varepsilon \pm i\tilde{\nu}_S \text{sgn } \varepsilon.$$

Здесь

$$\nu = 2\pi\nu_F(nu^2 + n_S u_1^2 + n_{so} u_2^2)$$

– частота потенциального рассеяния,

$$\nu_{so} = 2\pi\nu_F n_{so} v_{so}^2 \frac{2}{3}$$

– частота спин-орбитального рассеяния.

$$\tilde{\nu}_S = 2\pi\nu_F n_S u_1 J \langle S_z \rangle$$

– амплитуда второго порядка соответствующая виртуальному процессу, когда электрон рассеивается на магнитной примеси один раз потенциальным, а другой раз обменным образом (рис. 8). Мы увидим что такие члены выпадают из окончательного уравнения на Куперон.

$$h' = h - n_S J \langle S_z \rangle$$

– эффективное магнитное поле, действующее на спины электронов. Оно включает в себя внешнее поле h и обменное поле поляризованных магнитных примесей $-n_S J \langle S_z \rangle$ (рис. 5). Обменное поле возникает от одиночных крестов на диаграммах (рис. 2) и является процессом первого порядка по взаимодействию с отдельной магнитной примесью. Возможны два случая : $J < 0$ – ферромагнитный обмен, $J > 0$ – антиферромагнитный обмен. В первом случае обменное поле сонаправлено с внешним и h' является монотонно возрастающей функцией h . Во втором случае обменное поле противоположно внешнему и возможна ситуация, когда h' является немонотонной функцией h . При интересующих нас значениях параметров немонотонное поведение h' при $J > 0$ реализуется всегда. Далее, полная частота обменного рассеяния

$$\Gamma(\varepsilon) = \nu_z + \Gamma_{sf}(\varepsilon)$$

является суммой частоты рассеяния без изменения проекции спина примеси (и электрона) (рис. 6)

$$\nu_z = \nu_S \frac{\langle S_z^2 \rangle}{S(S+1)}$$

и частоты рассеяния с изменением проекции спина примеси (и электрона) (рис. 7)

$$\begin{aligned} \Gamma_{sf}(\varepsilon) &= \nu_S \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} T \sum_{|\omega| < |\varepsilon|} \frac{2\omega_S}{\omega^2 + \omega_S^2} = \\ &= \nu_S \frac{\langle S_z^2 \rangle}{S(S+1)} - \delta\Gamma(\varepsilon), \end{aligned}$$

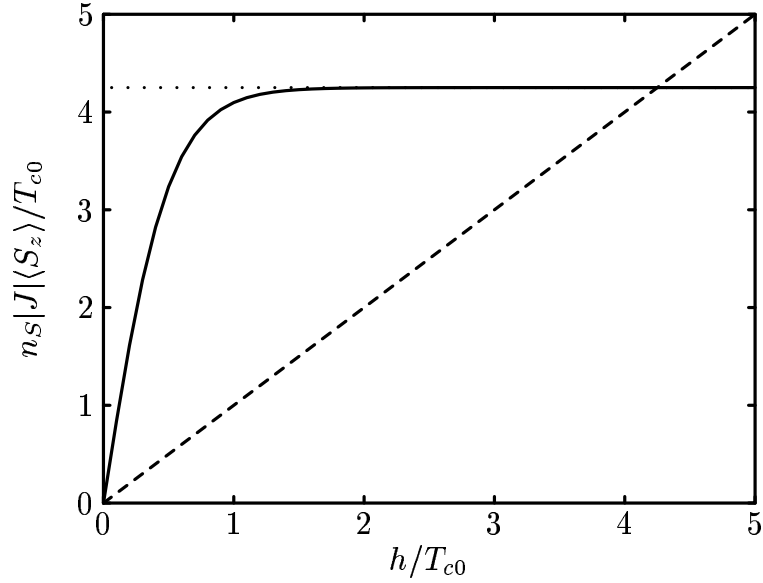


Рис. 5: Обменное поле поляризованных магнитных примесей $n_S|J|\langle S_z(h/T) \rangle$ (см. формулу (16)) как функция внешнего магнитного поля h при заданной температуре T . График построен для $\nu_S = 0.85 T_{c0}$, $\zeta = 5$, $n_S JS = 4.25 T_{c0}$, $T = 0.5 T_{c0}$. Пунктирной линией $h = h$ отмечены значения самого поля h . В условиях борновского обменного рассеяния $\zeta \gg 1$ и при интересующих нас значениях частоты обменного рассеяния $\nu_S \sim T_{c0}$ обменное поле $n_S|J|\langle S_z \rangle$ больше внешнего при $h \lesssim n_S|J|S$. В случае антиферромагнитного знака обмена $J > 0$ это приводит к немонотонному поведению эффективного поля $h' = h - n_S J \langle S_z \rangle$, действующего на спины электронов и обращению его в ноль при $h \approx n_S JS$.

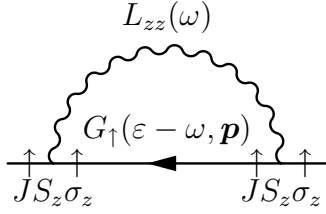


Рис. 6:

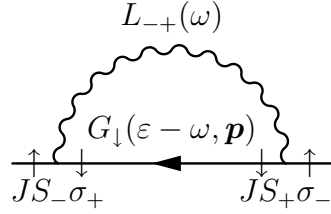


Рис. 7:

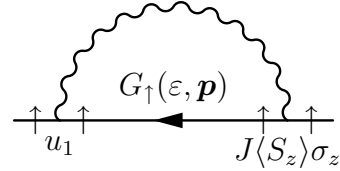


Рис. 8:

$$\delta\Gamma(\varepsilon) = \nu_S \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} T \sum_{|\omega| > |\varepsilon|} \frac{2\omega_S}{\omega^2 + \omega_S^2}.$$

Последняя возникает из собственно-энергетической части, связанной с обменным рассеянием на магнитных примесях с переворотом спина, которая для электронов со спином вверх, равна

$$\begin{aligned} \Sigma_{\uparrow}^{\text{sf}}(\varepsilon) &= n_S J^2 T \sum_{\omega} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} L_{-+}(\omega) G_{\downarrow}(\varepsilon - \omega, \mathbf{p}) = \\ &= -i\pi\nu_F n_S J^2 T \sum_{\omega} L_{-+}(\omega) \text{sgn}(\varepsilon - \omega) = \\ &= -\frac{i}{2} \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \text{sgn} \varepsilon + 2\pi\nu_F n_S J^2 \langle S_z \rangle T \sum_{|\omega| > |\varepsilon|} \frac{|\omega|}{\omega^2 + \omega_S^2} \end{aligned}$$

Действительная часть $\Sigma_{\uparrow}^{\text{sf}}(\varepsilon)$ содержит логарифмически расходящийся ряд и представляет собой кондовскую поправку к обменному полю $-n_S J \langle S_z \rangle$, являющемся выражением первого порядка по константе обменного взаимодействия J . Обрезая этот ряд сверху фермиевской энергией ε_F , и объединяя выражение для $\Sigma_{\uparrow}^{\text{sf}}(\varepsilon)$ с выражением для $\Sigma_{\downarrow}^{\text{sf}}(\varepsilon)$, получим:

$$\Sigma_{\uparrow, \downarrow}^{\text{sf}}(\varepsilon) = -\frac{i}{2} \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \text{sgn} \varepsilon \pm 2n_S \nu_F J^2 \langle S_z \rangle \ln \frac{\varepsilon_F}{\max\{|\varepsilon|, h\}}$$

Обменное поле с учетом второго порядка по J имеет вид

$$-n_S J \langle S_z \rangle \left(1 + 2\nu_F J \ln \frac{\varepsilon_F}{\max\{|\varepsilon|, h\}} \right).$$

Мы предполагаем, что поля и температуры, при которых исследуется система, больше кондовского масштаба

$$\max\{T, h\} \gg T_K \propto \varepsilon_F e^{-\frac{1}{2\nu_F J}},$$

поэтому кондовская поправка второго порядка к обменному полю несущественна и в дальнейшем мы ей пренебрегаем (см. приложение Б). Величину $\delta\Gamma(\varepsilon)$ можно выразить через ди-гамма функцию $\psi(x)$:

$$\delta\Gamma(\varepsilon) = \nu_S \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} \frac{2}{\pi} \text{Im} \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{|\varepsilon| + i\omega_S}{2\pi T} \right).$$

3.1 Свойства частоты обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon)$

Изучим подробно свойства частоты обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon)$. При $|\varepsilon| \gg \omega_S$ и произвольном отношении ω_S/T имеем

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \approx \nu_S \frac{\langle S_{\perp}^2 \rangle}{S(S+1)} \text{ и } \Gamma(\varepsilon) \approx \nu_S.$$

Так, в нулевом поле

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) = \frac{2}{3}\nu_S, \nu_z = \frac{1}{3}\nu_S \text{ и } \Gamma(\varepsilon) = \nu_S$$

для любого ε , т.е. ν_S есть полная частота обменного рассеяния на неполяризованных примесях. Видно, что при любой степени поляризации примесей, контролируемой отношением ω_S/T , для электронов с энергиями ε большими Зеемановского расщепления ω_S полная частота обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon) \approx \nu_S$ такая же как и в случае неполяризованных примесей, хотя и распределена в другой пропорции между $\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon)$ и ν_z

Рассмотрим предел сильной поляризации $\omega_S \gg T$. В этом случае сумму по ω в (17) можно заменить интегралом. Получим:

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) = \nu_S \frac{1}{S+1} \frac{2}{\pi} \arctan \frac{|\varepsilon|}{\omega_S}$$

и

$$\nu_z = \nu_S \frac{S}{S+1}.$$

Для энергий электронов $|\varepsilon| \ll \omega_S$, не превышающих зеемановского расщепления,

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \approx \nu_S \frac{1}{S+1} \frac{2}{\pi} \frac{|\varepsilon|}{\omega_S} \ll \nu_S$$

отражая тот факт, что spin-flip процессы “вымерзают” для сильно поляризованных примесных спинов. Таким образом, $\Gamma(\varepsilon) \approx \nu_z = \nu_S S/(S+1) < \nu_S$ в широком диапазоне энергий $|\varepsilon| \lesssim \omega_S$. В бесконечном поле $\omega_S = \infty$

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) = 0 \text{ и } \Gamma(\varepsilon) = \nu_{\infty} = \nu_S \frac{S}{S+1}$$

для всех ε .

Выражая $\Gamma(\varepsilon)$ в виде (рис. 9)

$$\Gamma(\varepsilon) = \nu_S - \delta\Gamma(\varepsilon)$$

замечаем что полная частота обменного рассеяния в ненулевом поле всегда меньше чем в нулевом. Для каждого фиксированного ε функция $\delta\Gamma(\varepsilon, \omega_S)$ возрастает с увеличением ω_S . Предельные значения $\delta\Gamma(\varepsilon, 0) = 0$, $\delta\Gamma(\varepsilon, \infty) = \nu_S/(S+1)$.

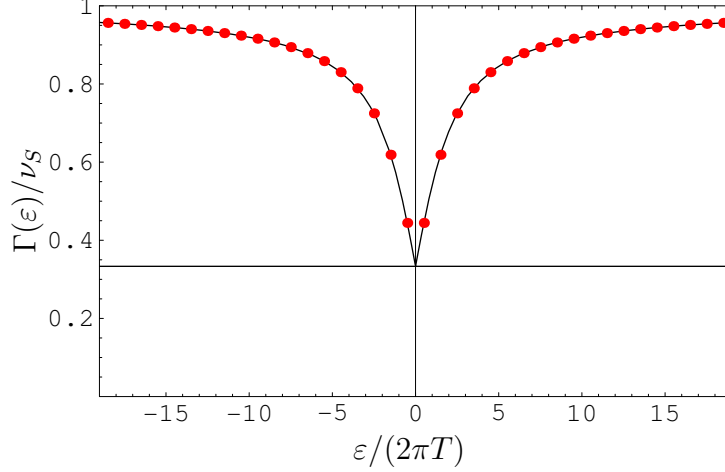


Рис. 9: Полная частота обменного рассеяния $\Gamma(\varepsilon) = \nu_z + \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon)$ для $S = 1/2$ при $h/T = 6$. Горизонтальная линия отмечает уровень ν_z .

Эффект уменьшения полной частоты обменного рассеяния с увеличением поляризации примесных спинов связан с их квантовыми флуктуациями. В нулевом поле полная частота обменного рассеяния $\nu_S = 2\pi\nu_F n_S J^2 S(S+1)$ пропорциональна среднему значению квадрата оператора спина $\langle \mathbf{S}^2 \rangle = S(S+1)$; в бесконечном же поле $\Gamma(\varepsilon) = \nu_z|_{h/T \rightarrow \infty} = \nu_S \frac{\langle S_z^2 \rangle|_{h/T \rightarrow \infty}}{S(S+1)}$, но средний квадрат $\langle S_z^2 \rangle = S^2$ проекции спина вдоль направления поляризации даже в состоянии с максимальной проекцией “не дотягивает” до квадрата полной “длины” спина $\mathbf{S}^2 = S(S+1)$ в силу квантовых флуктуаций.

Таким образом, эффект уменьшения полной частоты обменного рассеяния существенен только для достаточно коротких (квантовых) спинов, когда $S \sim 1$, максимален для $S = 1/2$ и исчезает в пределе $S \rightarrow \infty$. Это видно уже из того, что максимальное относительное уменьшение равно $\delta\Gamma(\varepsilon, \infty)/\nu_S = 1/(S+1)$. Поскольку основной результат работы связан именно с описанным эффектом, в дальнейшем мы будем предполагать спин магнитных примесей достаточно коротким ($S \sim 1$), а результаты численных расчетов приведем для $S = 1/2$.

4 Уравнения на Куперон

Суммирование диаграммного лестничного ряда для Куперона может быть сведено решению интегрального по частоте ε (т.к. магнитные примесные линии переносят частоту) уравнения на Куперон. Поскольку в системе имеются процессы спин-орбитального и обменного рассеяния, связанные с переворотом спина, “зацепляющие” различные спиновые компоненты Куперона, уравнение может быть записано минимум на две компо-

ненты, например $(C_{\downarrow\downarrow}^{\uparrow\uparrow}, C_{\uparrow\uparrow}^{\downarrow\downarrow})$, либо $(C_{\downarrow\uparrow}^{\uparrow\downarrow}, C_{\uparrow\downarrow}^{\downarrow\uparrow})$. Объединяя их в матрицу

$$\hat{C}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} C_{\downarrow\downarrow}^{\uparrow\uparrow} & C_{\downarrow\uparrow}^{\uparrow\downarrow} \\ C_{\uparrow\downarrow}^{\downarrow\uparrow} & C_{\uparrow\uparrow}^{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix},$$

с помощью стандартных вычислений получим уравнение:

$$\left[|\varepsilon| - i \begin{pmatrix} h' & 0 \\ 0 & -h' \end{pmatrix} \text{sgn } \varepsilon + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{\text{so}} & \tilde{\nu}_{\text{so}} \\ \tilde{\nu}_{\text{so}} & \tilde{\nu}_{\text{so}} \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}(\Gamma(\varepsilon) + \nu_z) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \hat{L}_{-+} \\ \hat{L}_{+-} & 0 \end{pmatrix} + \gamma_{\text{orb}} \right] \hat{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

где интегральные операторы

$$\hat{L}_{-+} \bullet(\varepsilon) = \frac{\nu_S}{S(S+1)} T \sum_{\omega} L_{-+}(\omega) \bullet(\varepsilon - \omega)$$

соответствуют обменному рассеянию с переворотом спина. Для краткости введено обозначение $\tilde{\nu}_{\text{so}} = \frac{2}{3}\nu_{\text{so}}$. Отметим, что мы ввели фактор γ_{orb} , ответственный за орбитальный эффект подавления сверхпроводимости.

Для дальнейших исследований удобно перейти к введенным ранее компонентам C_0 и C_1 . При этом возникают симметризованный и антисимметризованный по переворотам спина вверх и вниз “пунктиры”, отвечающие обменному рассеянию:

$$\hat{L}_{0,1} \bullet(\varepsilon) = \frac{\nu_S}{S(S+1)} T \sum_{\omega} L_{0,1}(\omega) \bullet(\varepsilon - \omega),$$

где

$$L_0(\omega) = \frac{1}{2}(L_{-+}(\omega) + L_{+-}(\omega)) = \langle S_z \rangle \frac{2\omega_S}{\omega^2 + \omega_S^2}, \\ L_1(\omega) = \frac{1}{2}(L_{-+}(\omega) - L_{+-}(\omega)) = \langle S_z \rangle \frac{-2i\omega}{\omega^2 + \omega_S^2}.$$

Система дискретных интегральных относительно ε уравнений на $C_0(\varepsilon)$ и $C_1(\varepsilon)$ имеет вид:

$$(|\varepsilon| + \Gamma(\varepsilon) + \gamma_{\text{orb}}) C_0(\varepsilon) - i h' \text{sgn } \varepsilon C_1(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon))C_0 + \frac{1}{2}\hat{L}_1 C_1 \quad (18)$$

$$-i h' \text{sgn } \varepsilon C_0(\varepsilon) + (|\varepsilon| + \nu_z + \tilde{\nu}_{\text{so}} + \gamma_{\text{orb}}) C_1(\varepsilon) = \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon))C_1 - \frac{1}{2}\hat{L}_1 C_0 \quad (19)$$

В условиях сильного спин-орбитального рассеяния и борновского приближения в обменно-взаимодействии во втором уравнении достаточно положить

$$C_1(\varepsilon) = i \frac{h'}{\tilde{\nu}_{\text{so}}} \text{sgn } \varepsilon C_0(\varepsilon),$$

и, подставив в первое уравнение, учесть $C_1(\varepsilon)$ только в левой части при h' . В итоге получим уравнение на $C_0(\varepsilon)$:

$$\left(|\varepsilon| + \Gamma(\varepsilon) + \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon)) + \frac{h'^2}{\tilde{\nu}_{\text{so}}} + \gamma_{\text{orb}} \right) C_0 = 1. \quad (20)$$

5 Анализ фазовой диаграммы

Дальнейшее исследование сводится к совместному изучению уравнений на Куперон (20) и температуру перехода (15):

$$\ln \frac{T_{c0}}{T} = \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - C_0(\varepsilon) \right).$$

Решение интегрального уравнения (20) аналитически при произвольных значениях параметров ν_S , h и T представляется затруднительным, однако это возможно в различных предельных случаях. В общем же случае мы решаем систему (20),(15) численно.

Рассмотрим прежде всего нулевое поле.

5.1 Нулевое поле

В нулевом поле $h = 0$ имеем $\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) = \frac{2}{3}\nu_S - \frac{2}{3}\nu_S = 0$ и $\Gamma(\varepsilon) = \nu_S$, а также $h' = 0$ и $\gamma_{\text{orb}} = 0$. Поэтому решение уравнения (20) есть

$$C_0(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S}$$

и мы получаем результат Абрикосова-Горькова (1) для температуры перехода. Далее необходимо различать два режима, контролируемых значением ν_S , в зависимости от того, существует ли сверхпроводимость в нулевом поле или нет. Если $\nu_S < \nu_S^*$, то существует конечная температура перехода $T_{AG}(\nu_S)$, если же $\nu_S > \nu_S^*$, то сверхпроводимость при $h = 0$ полностью подавлена. Рассмотрим сначала первый случай.

5.2 Усиление сверхпроводимости магнитным полем

Рассмотрим случай $\nu_S < \nu_S^*$, когда в нулевом поле существует конечная температура перехода $T_c(0) = T_{AG}(\nu_S)$.

Изучим сначала уравнение

$$\left(|\varepsilon| + \nu_S - \delta\Gamma(\varepsilon) + \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon)) \right) C_0 = 1 \quad (21)$$

оставив в уравнении (20) члены, относящиеся к обменному рассеянию и пренебрегая полностью парамагнитным и орбитальным эффектами.

В пределе бесконечного поля $h \rightarrow \infty$ получаем $\hat{L}_0 \rightarrow 0$, $\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \rightarrow 0$, $\Gamma(\varepsilon) \rightarrow \nu_\infty$, и решение (21) имеет вид

$$C_0(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_\infty}.$$

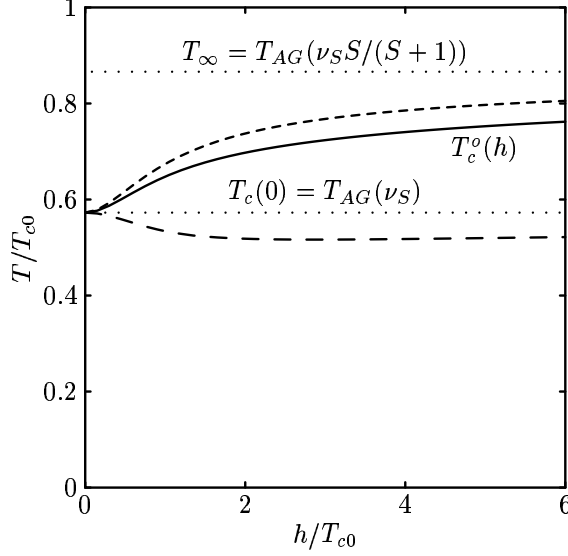


Рис. 10: Температура сверхпроводящего перехода как функция внешнего магнитного поля без учета парамагнитного и орбитального эффектов. Результат численного расчета для $S = 1/2$ и $\nu_S = 0.5 T_{c0}$. При этом $T_c^o(0) = T_{AG}(\nu_S) = 0.573 T_{c0}$, $T_c^o(\infty) = T_\infty = T_{AG}(\nu_S S/(S+1)) = 0.866 T_{c0}$. Сплошная линия $T_c^o(h)$ – Куперон определяется как решение уравнения (21), короткая пунктирная линия – как решение $(|\varepsilon| + \Gamma(\varepsilon))C_0 = 1$, длинная пунктирная линия – как решение $(|\varepsilon| + \nu_S + \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon)))C_0 = 1$.

Поэтому в отсутствии парамагнитного и орбитального эффектов температура перехода в бесконечном поле равнялась бы $T_\infty = T_{AG}(\nu_\infty)$, что больше температуры $T_{AG}(\nu_S)$ в нулевом поле, т.к. $\nu_\infty = \nu_S \frac{S}{S+1} < \nu_S$. В произвольном поле, решая численно уравнения (15),(21) получаем температуру перехода $T_c^o(h)$ в пренебрежении орбитальным и парамагнитным эффектами (сплошная линия на рис. 10).

Увеличение температуры перехода по сравнению с результатом Абрикосова-Горькова $T_{AG}(\nu_S)$ в нулевом поле происходит благодаря члену $-\delta\Gamma(\varepsilon)$ в уравнении (21). Результат действия оператора $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$ на положительную функцию $C_0(\varepsilon)$ есть также положительная функция, поэтому этот член подавляет сверхпроводимость и противодействует $-\delta\Gamma(\varepsilon)$. Однако, эффект, связанный с $-\delta\Gamma(\varepsilon)$ всегда преобладает над эффектом, производимым $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$, т.е. функция $T_c^o(h)$ при $h > 0$ (как видно из рис. 10) больше своего значения $T_{AG}(\nu_S)$ в нулевом поле.

Для иллюстрации этого факта на рис. 10 мы построили кривую (короткая пунктирная линия), получающуюся решением уравнения (15), если в уравнении (21) пренебречь действием оператора $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$, подавляющего сверхпроводимость, т.е. взяв куперон

в виде

$$C_0(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon| + \Gamma(\varepsilon)}$$

а также кривую (длинная пунктирная линия), которая получается если в уравнении (21) пренебречь $-\delta\Gamma(\varepsilon)$:

$$\left(|\varepsilon| + \nu_S + \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon)) \right) C_0 = 1.$$

Последняя кривая при $h \rightarrow \infty$ стремится к $T_{AG}(\nu_S)$, поскольку, как уже было отмечено, $\hat{L}_0 \rightarrow 0$, $\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) \rightarrow 0$ в этом пределе. Такое поведение кривых, связанное с раздельным рассмотрением эффектов, оказываемых $-\delta\Gamma(\varepsilon)$ и $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon))$, означает, что при совместном их учете функция $T_c^o(h)$, хотя и равная $T_{AG}(\nu_\infty) > T_{AG}(\nu_S) = T_c^o(0)$ в пределе $h \rightarrow \infty$, в некотором промежутке полей могла бы в принципе быть $T_c^o(h) < T_{AG}(\nu_S) = T_c^o(0)$ меньше своего значения в нулевом поле, т.е. эффект, производимый $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon))$, преобладал бы над $-\delta\Gamma(\varepsilon)$. Однако реализуется обратная ситуация, и функция $T_c^o(h)$ оказывается монотонно возрастающей. Аналитически в этом можно убедиться, исследовав случай малых по сравнению с температурой полей $h \ll T_c^o(0)$, что проделано в приложении Г. В приложении Д исследован случай малых концентраций магнитных примесей $\nu_S \ll T_{c0}$.

5.3 Условия слабости парамагнитного и орбитального эффектов

Теперь учтем парамагнитный и орбитальный эффекты и выведем условия (2) и (3), на их слабость, позволяющие наблюдать рост температуры перехода $T_c(h)$ (с учтенными парамагнитным и орбитальным эффектами) с увеличением поля.

Поскольку заметное увеличение $T_c^o(h) - T_c^o(0)$ наблюдается в полях $h \sim T_{c0}$, необходимо, чтобы в таких полях члены в уравнении (20), относящиеся к парамагнитному и орбитальному эффектам были много меньше членов, связанных с обменным рассеянием:

$$[h'(h \sim T_{c0})]^2 / \nu_{\text{so}} \ll \nu_S \text{ и } \gamma_{\text{orb}}(h \sim T_{c0}) \ll \nu_S.$$

Т.к нас интересуют $\nu_S \sim T_{c0}$, из последнего условия немедленно следует (3). Далее, в полях $h \sim T_{c0}$ и при температурах $T \leq T_{c0}$ обменное поле $n_S J \langle S_z \rangle$:

1) порядка своего максимального значения $n_S JS$ (при $h/T \gtrsim 1$ примеси достаточно сильно поляризованы);

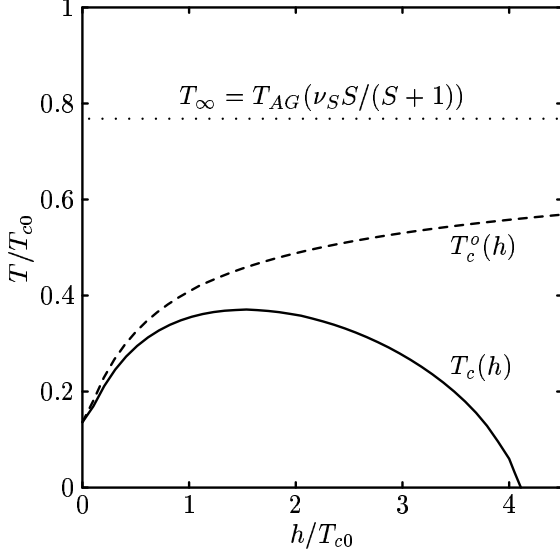


Рис. 11: $\nu_S = 0.85 T_{c0}$, $T_c(0) = 0.136 T_{c0}$,
 $T_c^o(\infty) = 0.768 T_{c0}$.

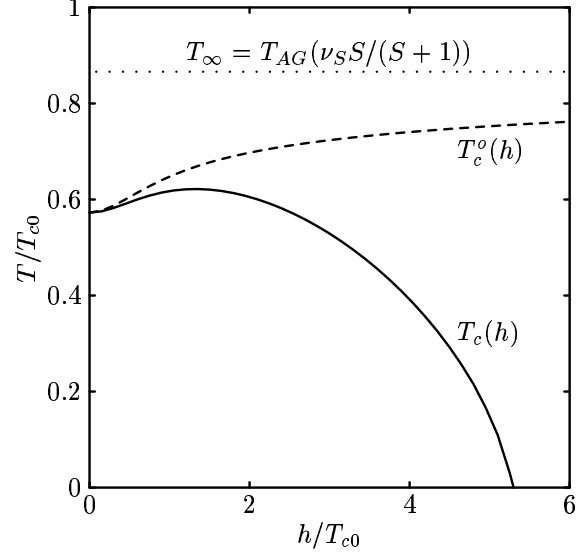


Рис. 12: $\nu_S = 0.5 T_{c0}$, $T_c(0) = 0.573 T_{c0}$,
 $T_c^o(\infty) = 0.866 T_{c0}$.

Температура перехода $T_c(h)$ с учтенными парамагнитным и орбитальным эффектами – сплошная линия. Температура перехода $T_c^o(h)$ без их учета – пунктирная линия.

2) преобладает благодаря борновости обменного рассеяния над внешним полем h в эффективном поле h' :

$$n_S J \langle S_z \rangle / h \sim n_S JS / \nu_S = \zeta \gg 1.$$

Поэтому, оценивая $|h'| \sim n_S JS$, получаем (2).

Таким образом, при $\nu_S < \nu_S^*$, т.е. когда существует конечная температура перехода $T_c(0) = T_{AG}(\nu_S)$ в нулевом поле, при выполнении условий (2) и (3) возможно повышение температуры перехода в некотором диапазоне полей $T_c(h) > T_c(0)$ начиная со сколь угодно малых. Повышение связано с уменьшением частоты обменного рассеяния с увеличением поляризации магнитных примесей. Однако даже в пределе бесконечного поля $\Gamma(\varepsilon)$ уменьшается лишь на константу, тогда как члены в (20), связанные с парамагнитным и орбитальным эффектами, с ростом поля становятся сколь угодно большими. Поэтому начиная с полей, больших T_{c0} , парамагнитный и орбитальный эффекты начнут оказывать эффект, сравнимый с обменным рассеянием и рост $T_c(h)$ в полях $h \lesssim T_{c0}$ сменится убыванием при $h \gtrsim T_{c0}$. В еще больших полях парамагнитный и орбитальный эффекты станут доминировать над обменным рассеянием, обращая $T_c(h)$ в ноль при некотором критическом поле. На рис. 11 и рис. 12 приведены результаты численного решения уравнений (15), (20) для спина примесей $S = 1/2$ и следующих зна-

чений параметров: $J < 0$ (ферромагнитный обмен), $\zeta = 5$, $\nu_{so} = 10^3 T_{c0}$, $\nu = 10^4 T_{c0}$, $p_F d = 30$. Последнее условие может быть достигнуто например при $p_F = 10^8 \text{см}^{-1}$ и $d = 3 \text{нм}$. Рис. 11 построен для $\nu_S = 0.85 T_{c0}$, т.е. немногим меньше критического значения $\nu_S^* = 0.882 T_{c0}$, при этом $T_c(0) = 0.136 T_{c0}$, $T_c^o(\infty) = 0.768 T_{c0}$. Рис. 12 построен для $\nu_S = 0.5 T_{c0}$, при этом $T_c(0) = 0.573 T_{c0}$, $T_c^o(\infty) = 0.866 T_{c0}$.

Сравнивая кривые для $T_c(h)$ на рис. 11 и 12, видим что рост $T_c(h)$ гораздо лучше выражен, когда сверхпроводимость достаточно сильно подавлена в нулевом поле, т.е. когда ν_S достаточно близка к ν_S^* , но все же меньше. Это связано с тем, что, во-первых, полное увеличение

$$T_c^o(\infty) - T_c^o(0) = T_{AG}(\nu_S S / (S + 1)) - T_{AG}(\nu_S)$$

есть возрастающая функция ν_S , максимальная при $\nu_S \rightarrow \nu_S^*$, а во-вторых увеличение $T_c^o(h) - T_c^o(0)$ порядка максимального значения $T_c^o(\infty) - T_c^o(0)$ достигается в полях $h \sim T_c(0)$, т.е. тем раньше, чем меньше $T_c(0) = T_c(0)$. Поэтому при малых $T_c(0)$ заметный рост $T_c^o(h)$, и соответственно $T_c(h)$, успевает произойти, когда парамагнитный и орбитальный эффекты еще достаточно малы. Приведем значения максимального относительного увеличения $\alpha = (T_c(h_{\max}) - T_c(0)) / T_c(0)$ для двух случаев: $\alpha = 1.7$ при $\nu_S = 0.85 T_{c0}$, $\alpha = 0.09$ при $\nu_S = 0.5 T_{c0}$.

Рассмотрим вопрос о влиянии знака обменного взаимодействия J на парамагнитный эффект. Как было отмечено, в случае ферромагнитного знака $J < 0$ обменное поле сонаправлено с внешним и эффективное поле $h' = h + n_S |J| \langle S_z \rangle$ является монотонной функцией h . В случае антиферромагнитного обмена $J > 0$ обменное поле противоположно внешнему, и возможна ситуация, когда h' является немонотонной функцией h и существует поле, при котором $h' = 0$. При заданной температуре T это условие формулируется так:

$$\frac{n_S J g_S S (S + 1)}{T} > 1$$

Поскольку $T \leq T_{c0}$, $n_S J S = \zeta \nu_S \gg \nu_S$, то при интересующих нас значениях $\nu_S \sim T_{c0}$ в случае $J > 0$ немонотонное поведение h' реализуется всегда.

Смена знака с ферромагнитного на антиферромагнитный при прочих равных условиях позволяет отодвинуть “включение” парамагнитного эффекта в более высокие поля $h \gtrsim n_S J S = \zeta \nu_S$, и тем самым наблюдать повышение $T_c(h) > T_c(0)$ в более широком диапазоне полей, поскольку парамагнитный эффект “сам себя выключает” при $h \approx n_S J S$. На Рис 13 мы проиллюстрировали это, полностью пренебрегая орбитальным эффектом, приведя кривые для следующих значений параметров: $S = 1/2$, $\nu_S = 0.85 T_{c0}$, $\zeta = 5$, $\nu_{so} = 300 T_{c0}$. $T_c^F(h)$ – температура перехода в случае для случая ферромагнитного ($J < 0$), а $T_c^{AF}(h)$ – антиферромагнитного ($J > 0$) обмена. $T_c^o(h)$ – температура

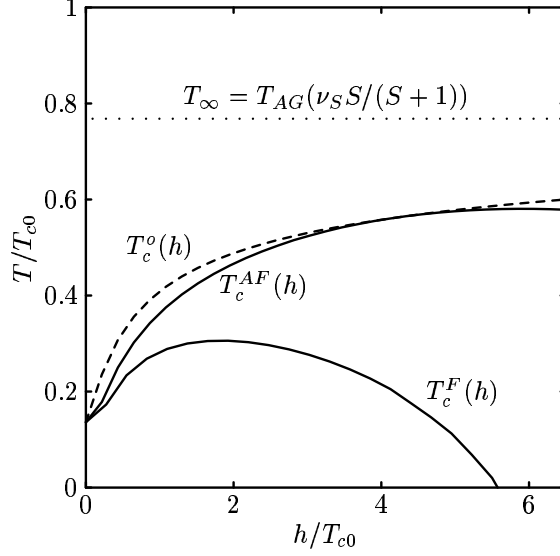


Рис. 13: Влияние знака обменного взаимодействия на парамагнитный эффект. Кривые построены без учета орбитального эффекта. $T_c^F(h)$ – температура перехода в случае ферромагнитного ($J < 0$), а $T_c^{AF}(h)$ – антиферромагнитного ($J > 0$) обмена. $T_c^o(h)$ – температура перехода без учета парамагнитного эффекта.

перехода без учета парамагнитного эффекта. Видно, что в антиферромагнитном случае при $h \approx n_S J S = 4.25 T_{c0}$ парамагнитный эффект “выключается”, и кривая $T_c^{AF}(h)$ соприкасается с $T_c^o(h)$.

5.4 “Порождение сверхпроводимости” магнитным полем

Еще более интересная ситуация возникает, когда $\nu_S > \nu_S^*$ и в нулевом поле сверхпроводимости не существует. Оказывается, что при этом возможно появление сверхпроводимости в ненулевых полях.

Исследуем случай $\nu_S > \nu_S^* > \nu_{\infty}$, или, в терминах концентрации магнитных примесей, $n_S^* < n_S < n_S^*(S + 1)/S$. Поскольку $\nu_S > \nu_S^*$, сверхпроводимость полностью подавлена в нулевом поле $h = 0$, однако в бесконечном поле в отсутствии парамагнитного и орбитального эффектов мы получили бы конечную температуру перехода $T_{\infty} = T_{AG}(\nu_{\infty})$ т.к. $\nu_{\infty} < \nu_S^*$. Такое предельное поведение при выполнении условий (2) и (3) на слабость парамагнитного и орбитального эффектов приводит к существованию критического поля “порождения сверхпроводимости” h^* , ниже которого сверхпроводимость не существует ни при какой температуре, но появляется в полях, больших критического $h \geq h^*$. Чтобы убедиться в этом, необходимо исследовать уравнения (15),(20) в пределе нулевой температуры.

5.4.1 Критическая точка при нулевой температуре

Точка (или точки) фазового перехода при $T = 0$ определяется из условия, чтобы в разложении при $T \rightarrow 0$ правой части уравнения (15) константа, следующая за $\ln 1/T$, совпала с константой слева, т.е. $\ln T_{c0}$. Учитывая, что критическая частота ν_S^* Абрикосова-Горькова определяется из того же условия, из уравнения (15), с точностью до $o(1)$, получим:

$$\begin{aligned} \ln \frac{T_{c0}}{T} &= \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S^*} \right) + \pi T \sum_{\varepsilon} \left(\frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S^*} - C_0(\varepsilon, h) \right) = \\ &= \ln \frac{T_{c0}}{T} - \int_0^{\infty} d\varepsilon \left(C_0(\varepsilon, h) - \frac{1}{\varepsilon + \nu_S^*} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, критическое поле h^* определяется из уравнения

$$\int_0^{\infty} d\varepsilon \left(C_0(\varepsilon, h) - \frac{1}{\varepsilon + \nu_S^*} \right) = 0 \quad (22)$$

где $C_0(\varepsilon, h)$ – решение (20) в пределе $T = 0$ (ε становится непрерывной переменной). При $T = 0$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) &= \nu_S \frac{1}{S+1} \frac{2}{\pi} \arctan \frac{|\varepsilon|}{\omega_S} \text{ и } \nu_z = \nu_S \frac{S}{S+1}, \\ \hat{L}_0 C_0(\varepsilon) &= \nu_S \frac{1}{S+1} \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{2\omega_S}{\omega^2 + \omega_S^2} C_0(\varepsilon - \omega) \end{aligned}$$

Кроме того, поскольку при $T = 0$ магнитные примеси полностью поляризуются формально сколь угодно малым полем, $h' = h - n_S JS$.

Снова рассмотрим сначала систему, полностью пренебрегая парамагнитным и орбитальным эффектами, и изучим совместно уравнения (22), (21).

Также как и при $T > 0$ имеем следующие предельные решения при $T = 0$:

$$\begin{aligned} C_0(\varepsilon, 0) &= \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S} \\ C_0(\varepsilon, \infty) &= \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_{\infty}} \end{aligned}$$

В силу условий $\nu_S > \nu_S^* > \nu_{\infty}$ подинтегральная функция в (22) при $h = 0$ отрицательна, а при $h = \infty$ положительна. Поэтому из соображений непрерывности следует, что существует критическое поле h_o^* , определенное без учета парамагнитного и орбитального эффектов, при котором уравнение (22) имеет решение.

Поскольку ν_S – единственный параметр в уравнении (21), то h_o^* зависит только от ν_S (или, что то же самое, от концентрации n_S). (ν_S^* выражается через T_{c0} , но T_{c0} можно рассматривать как единицу измерения параметров размерности энергии.)

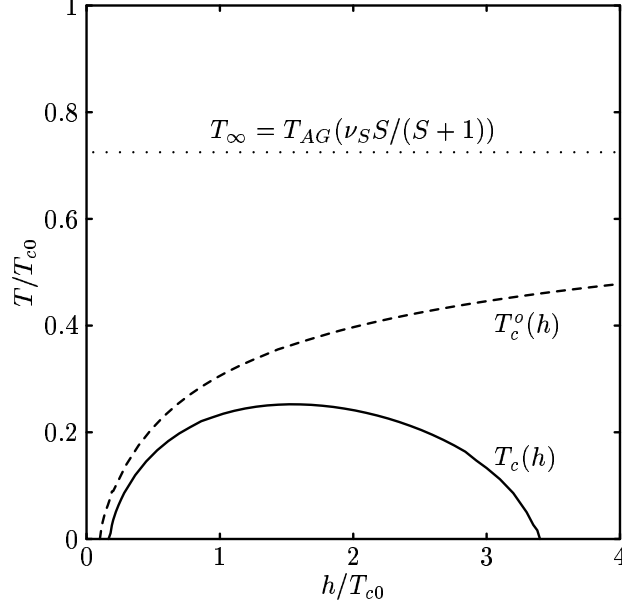


Рис. 14: “Порождение сверхпроводимости” магнитным полем.

Критическое поле h_o^* существует в диапазоне концентраций $n_S^* < n_S < n_S^*(S + 1)/S$, возрастает с ростом n_S и имеет следующие предельные значения $h_o^* \rightarrow 0$ при $n_S \rightarrow n_S^* + 0$, $h_o^* \rightarrow \infty$ при $n_S \rightarrow n_S^*(S + 1)/S - 0$. Если n_S не близко ни к n_S^* ни к $n_S^*(S + 1)/S$, то $h_o^* \sim T_{c0}$.

Температура перехода $T_c^o(h)$ в отсутствие парамагнитного и орбитального эффектов определена при $h \geq h_o^*$ ($T_c^o(h_o^*) = 0$) и возрастает с ростом h , стремясь к T_{∞} при $h \rightarrow \infty$.

Теперь учтем парамагнитный и орбитальный эффекты. Если $h_o^* \lesssim T_{c0}$, т.е. n_S не близко к $n_S^*(S + 1)/S$, тогда, при выполненных условиях (2) и (3), учет парамагнитного и орбитального эффектов сохраняет описанное выше поведение в полях $h \sim h_o^*$. Действительно, в таких полях условия (2) и (3) вновь означают малость парамагнитного и орбитального эффектов по сравнению с обменным рассеянием в уравнении (20). Тем самым, их учет лишь слегка изменяет h_o^* , делая реальное критическое поле “порождения сверхпроводимости” h^* немного большим h_o^* .

Температура перехода $T_c(h)$ (с учетом парамагнитного и орбитального эффектов) как функция поля определена в диапазоне полей $h^* < h < h^{**}$, где h^{**} – критическое поле подавления сверхпроводимости парамагнитным и орбитальными эффектами.

На рис. 14 приведены результаты численного решения уравнений (15), (20) для $\nu_S = 1.0 T_{c0}$ и следующих значений параметров: $S = 1/2$, $J < 0$ (ферромагнитный обмен), $\zeta = 5$, $\nu_{so} = 10^3 T_{c0}$, $\nu = 10^4 T_{c0}$, $p_F d = 30$. При этом $h^* = 0.17 T_{c0}$, $T_c^o(\infty) = 0.725 T_{c0}$.

Если же $h_o^* \gg T_{c0}$, т.е. n_S близко к $n_S^*(S+1)/S$, то даже при выполненных условиях (2),(3), учет парамагнитного и орбитального эффектов приводит к разрушению сверхпроводимости в настолько больших полях. Тем самым, сверхпроводимости не существует ни при каких полях. Это означает что режим “порождения сверхпроводимости магнитным полем” существует в более узком, чем в отсутствии парамагнитного и орбитального эффектов, диапазоне концентраций $n_S^* < n_S < n_S^{**}$, где n_S^{**} меньше $n_S^*(S+1)/S$ и определяется фактическими значениями параметров парамагнитного и орбитального эффектов.

5.5 Низкие поля и температуры

При низких температурах и полях $\max\{h, T\} \ll T_{c0}$ возможно исследовать уравнение на температуру перехода с логарифмической точностью. Рассмотрение этой области предполагает, что концентрация магнитных примесей близка к критической: $\delta\nu_S = \nu_S - \nu_S^*$, $|\delta\nu_S| \ll \nu_S$. Из уравнений (15), (20) в этой пределе получим:

$$0 = \frac{\delta\nu_S}{\nu_S} + \frac{\pi^2 T^2}{6 \nu_S^2} + \frac{h'^2}{\tilde{\nu}_{so}\nu_S} - \frac{1}{\pi} \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} \frac{\omega_S}{\nu_S} \ln \frac{\nu_S}{\max\{\omega_S, T\}}$$

где $h' = -n_S J \langle S_z \rangle$. Орбитальный эффект и парамагнитный эффект внешнего поля h в данных условиях являются малостями следующего порядка и не учитываются.

При $h = 0$ и $\delta\nu_S < 0$ получаем

$$T = T_{AG}(\nu_S) = \sqrt{\frac{6}{\pi^2} \nu_S |\delta\nu_S|}$$

результат Абрикосова-Горькова для концентраций, близких к критической. При $T = 0$ находим критическое поле “порождения сверхпроводимости” $\omega_S^* = g_S h^*$:

$$\frac{1}{\pi} \frac{1}{S+1} \frac{\omega_S^*}{\nu_S} \ln \frac{\nu_S}{\omega_S^*} = \frac{\delta\nu_S}{\nu_S} + \frac{(n_S J S)^2}{\tilde{\nu}_{so}\nu_S}.$$

Приложения

А Вывод γ_{orb}

Для нахождения γ_{orb} достаточно в уравнении на Куперон

$$\left[|\varepsilon| + \frac{1}{2} D \left(\nabla_{\mathbf{r}} - \frac{2e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)^2 \right] C(\varepsilon; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

($D = 1/3v_F l$ – коэффициент диффузии) считая $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ независящим от \mathbf{r} , перейти к “нулевой” Фурье-компоненте

$$C(\varepsilon) = \int d(\mathbf{r} - \mathbf{r}') C(\varepsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$

а затем, взяв вектор-потенциал в калибровке $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Hx, 0)$ (x – координата поперек пленки, магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$), усреднить градиентный член по толщине пленки

$$\left[|\varepsilon| + \frac{1}{2} D \left\langle \left(\frac{2e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)^2 \right\rangle \right] C(\varepsilon) = 1$$

В итоге получим:

$$\gamma_{\text{orb}} = \frac{1}{2} D \left(\frac{2e}{c} H \right)^2 \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} x^2 dx = \frac{1}{2} D \left(\frac{2e}{c} H \right)^2 \frac{d^2}{12} = \frac{2}{9} (p_F d)^2 \frac{h^2}{\nu}.$$

Б Влияние эффекта Кондо

Говоря о низких полях h и температурах T по сравнению с T_{c0} , мы все же предполагаем, что находимся вне области кондовского режима $\max\{h, T\} \gg T_K$, где

$$T_K \sim \varepsilon_F e^{-\frac{1}{2\nu_F J}}$$

– температура Кондо. При таких условиях поправки к затравочному обменному взаимодействию, связанные с эффектом Кондо, несущественны. Покажем, что при использовавшихся численных значениях параметров обменного взаимодействия кондовская область действительно очень мала по сравнению интересующими нас полями и температурами. При $\zeta = 5$ и $S = 1/2$ имеем $\frac{1}{2\nu_F J} = \pi\zeta(S+1) = 23.56$ и $e^{-\frac{1}{2\nu_F J}} = 0.6 \cdot 10^{-10}$. Оценивая $\varepsilon_F \sim 10^5 T_{c0}$, видим что $T_K/T_{c0} \sim 10^{-5} \ll 1$.

В Роль обменного поля электронов и взаимодействия РККИ

Гамильтониан a -й примеси, с учетом (регулярного) обменного поля поляризованных электронов и взаимодействия РККИ, имеет вид:

$$\mathcal{H}_{S_a} = -g_S h S_a^z + 2J\nu_F h S_a^z + \sum_{b \neq a} I(\mathbf{R}_b - \mathbf{R}_a) \mathbf{S}_a \mathbf{S}_b.$$

Здесь

$$I(\mathbf{r}) = \frac{\nu_F J^2 \cos 2p_F r}{2\pi r^3} \text{ при } p_F r \gg 1$$

– амплитуда РККИ взаимодействия, характерный масштаб которого равен

$$I_{\text{RKKY}} = I \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n_S}} \right) = \frac{\nu_F J^2}{2\pi} n_S.$$

Взаимодействие РККИ существенно в полях и температурах $\max\{h, T\} \lesssim I_{\text{РККУ}}$, приводя к существованию состояния спинового стекла [9]. Однако его отношение к частоте обменного рассеяния

$$\frac{I_{\text{РККУ}}}{\nu_S} = \frac{1}{(2\pi)^2 S(S+1)} \ll 1$$

представляет собой численную малость, поэтому размер области $\max\{h, T\} \lesssim I_{\text{РККУ}}$ достаточно мал по сравнению с T_{c0} . Также как и в случае эффекта Кондо, мы предполагаем что находимся вне этой области: $\max\{h, T\} \gg I_{\text{РККУ}}$ и взаимодействие РККИ не учитываем. Учет же обменного поля поляризованных электронов сводится к перенормировке спинового g -фактора $g'_S = g_S - 2\nu_F J$ и не представляет большого интереса.

Г Малые поля $h \ll T_c(0)$

В малых полях уравнение (21) можно решать пертурбативно по ω_S/T , разлагая $-\delta\Gamma(\varepsilon)$ и $1/2(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$ до первого неисчезающего (квадратичного) порядка:

$$\begin{aligned} (|\varepsilon| + \nu_S) C_0(\varepsilon) &= 1 + \delta\Gamma(\varepsilon)C_0(\varepsilon) - \frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))C_0 \\ &= 1 + \frac{1}{2}\nu_S\chi_{\perp 0}\omega_S^2 \left(2 \sum_{|\omega|>|\varepsilon|} \frac{1}{\omega^2} C_0(\varepsilon) - \left[\sum_{\omega \neq 0} \frac{1}{\omega^2} C_0(\varepsilon - \omega) - \sum_{0 < |\omega| < |\varepsilon|} \frac{1}{\omega^2} C_0(\varepsilon) \right] \right) \\ &= 1 + \mathcal{L}C_0(\varepsilon) \end{aligned}$$

Здесь $\chi_{\perp 0} = \frac{\langle S_{\perp}^2 \rangle|_{h=0}}{S(S+1)} = \frac{2}{3}$. Нулевое приближение дается решением в нулевом поле:

$$C_0^{(0)}(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon| + \nu_S}.$$

а первая поправка имеет вид

$$\begin{aligned} C_0^{(1)}(\varepsilon) &= C_0^{(0)}(\varepsilon)\mathcal{L}C_0^{(0)}(\varepsilon), \\ \mathcal{L}C_0^{(0)}(\varepsilon) &= \frac{1}{2}\chi_{\perp 0}\rho_S x_S^2 (S_I(x, \rho_S) - S_{II}(x, \rho_S)), \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\rho_S = \frac{\nu_S}{2\pi T}, \quad x_S = \frac{\omega_S}{2\pi T},$$

$x = \varepsilon/(2\pi T) = m + 1/2 \in \mathbb{Z} + 1/2$ –полуцелый индекс, соответствующий фермионной частоте ε . Суммы $S_I(x)$ и $S_{II}(x)$, связанные с $\delta\Gamma(\varepsilon)$ и $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$, соответственно, могут быть выражены через ди-гамма функцию:

$$S_I(x, \rho_S) = 2 \frac{1}{|x| + \rho_S} \sum_{|n|>|x|} \frac{1}{n^2} = \frac{4}{x + \rho_S} \psi'(x + 1/2)$$

$$\begin{aligned}
S_{II}(x, \rho_S) &= \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n^2} \frac{1}{|x - n| + \rho_S} - \sum_{0 < |n| < |x|} \frac{1}{n^2} \frac{1}{|x| + \rho_S} = \\
&= \frac{1}{(x + \rho_S)^2} [\psi(x + \rho_S) - \psi(x + \rho_S + 1)] + \\
&\quad + \frac{1}{(x + \rho_S)^2} [\psi(x + 1/2) - \psi(\rho_S + 1/2)] + \frac{1}{x + \rho_S} \psi'(x + 1/2) + \\
&\quad + \frac{1}{(x - \rho_S)^2} [\psi(x + 1/2) - \psi(\rho_S + 1/2)] - \frac{1}{x - \rho_S} \psi'(x + 1/2)
\end{aligned}$$

Можно убедиться что $S_{II}(x, \rho_S) > 0$ при любых x и ρ_S , т.е. оператор $\frac{1}{2}(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$ действительно дает положительную функцию в рассматриваемом пределе. Уравнение на температуру перехода перепишем в виде:

$$\begin{aligned}
\ln \frac{T_{c0}}{T} &= 2\pi T \sum_{\varepsilon > 0} \left(\frac{1}{|\varepsilon|} - C_0^{(0)}(\varepsilon) - C_0^{(1)}(\varepsilon) \right) \\
&= \psi(1/2 + \rho_S) - \psi(1/2) - \frac{1}{2} \chi_{\perp 0} \rho_S^2 x_S^2 \sum_{x > 0} \frac{1}{x + \rho_S} (S_I(x, \rho_S) - S_{II}(x, \rho_S))
\end{aligned}$$

Представим искомую температуру перехода в виде $T = T_{AG} + \Delta T(h)$, где $T_{AG} = T_{AG}(\nu_S)$ – температура перехода в нулевом поле, а $\Delta T \ll T_{AG}$ в силу условия $\omega_S \ll T$. Обозначим также $\rho_S^o = \nu_S / (2\pi T_{AG})$. Тогда, разлагая последнее уравнение по $\Delta T / T_{AG}$, получим:

$$\frac{\Delta T(h)}{T_{AG}} (1 - \psi'(1/2 + \rho_S^o) \rho_S^o) = \frac{1}{2} \chi_{\perp 0} \rho_S^o x_S^2 \sum_{x > 0} \frac{1}{x + \rho_S^o} (S_I(x, \rho_S^o) - S_{II}(x, \rho_S^o))$$

Поскольку $(1 - \psi'(1/2 + \rho_S^o) \rho_S^o)$ – положительная функция ρ_S^o , мы видим, что сумма по x , содержащая S_I и соответствующая $-\delta\Gamma(\varepsilon)$ в исходном уравнении увеличивает ΔT , а сумма, содержащая S_{II} и возникающая от $1/2(\hat{L}_0 - \Gamma_{sf}(\varepsilon))$, уменьшает ΔT . Однако полная сумма оказывается положительной при любом ρ_S^o , она максимальна и равна 19.82 при $\rho_S^o = 0$, убывает с ростом ρ_S^o и имеет асимптотику $2 \ln \rho_S^o / \rho_S^o$ при $\rho_S^o \rightarrow \infty$.

С учетом парамагнитного и орбитального эффектов,

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta T(h)}{T_{AG}} (1 - \psi'(1/2 + \rho_S^o) \rho_S^o) &= \frac{1}{2} \chi_{\perp 0} \rho_S^o x_S^2 \sum_{x > 0} \frac{1}{x + \rho_S^o} (S_I(x, \rho_S^o) - S_{II}(x, \rho_S^o)) - \\
&\quad - \left(\frac{h'^2}{\tilde{\nu}_{so} \nu_S} + \frac{\gamma_{orb}}{\nu_S} \right) \rho_S^o \psi'(\rho_S^o + 1/2).
\end{aligned}$$

При этом

$$h' = \left(1 - \frac{n_S J g_S S(S+1)}{T_{AG} 3} \right) h.$$

Д Малые $\nu_S \ll T_{c0}$

Рассмотрим малые $\nu_S \ll T_{c0}$ и произвольные поля h . При этом уравнение (21) можно решать пертурбативно по ν_S/T .

$$|\varepsilon|C_0(\varepsilon) = 1 - \nu_z C_0(\varepsilon) - \frac{1}{2}(\hat{L}_0 + \Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon))C_0(\varepsilon) = 1 - \nu_z C_0(\varepsilon) - \mathcal{L}C_0(\varepsilon).$$

$$\delta\Gamma(\varepsilon) = \nu_S \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} \frac{2}{\pi} \text{Im}\psi(|x| + 1/2 + ix_S)$$

$$\Gamma_{\text{sf}}(\varepsilon) = \nu_S \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} \left(\coth \pi x_S - \frac{2}{\pi} \text{Im}\psi(|x| + 1/2 + ix_S) \right)$$

Представим $C_0(\varepsilon)$ в виде:

$$C_0(\varepsilon) = C_0^{(0)}(\varepsilon) + C_0^{(1,1)}(\varepsilon) + C_0^{(1,2)}(\varepsilon),$$

где

$$C_0^{(0)}(\varepsilon) = \frac{1}{|\varepsilon|},$$

$$C_0^{(1,1)}(\varepsilon) = -\frac{\nu_z}{|\varepsilon|^2},$$

$$C_0^{(1,2)}(\varepsilon) = C_0^{(0)}(\varepsilon) \mathcal{L}C_0^{(0)}(\varepsilon).$$

Имеем:

$$\mathcal{L}C_0^{(0)}(\varepsilon) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\nu_S}{T} \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} (S_I(x) + S_{II}(x))$$

$$\begin{aligned} S_I(x) &= \sum_n \frac{2x_S}{n^2 + x_S^2} \frac{1}{|x-n|} = \\ &= \frac{2}{ix + x_S} \left(\psi(1/2 + x - ix_S) - \psi(1/2) + \frac{i\pi}{2} \coth \pi x_S \right) \\ &+ \frac{2}{-ix + x_S} \left(\psi(1/2 + x + ix_S) - \psi(1/2) - \frac{i\pi}{2} \coth \pi x_S \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{II}(x) &= \frac{1}{|x|} \sum_{|n| < |x|} \frac{2x_S}{n^2 + x_S^2} = \\ &= \frac{2}{x} (i(\psi(1/2 + x + ix_S) - \psi(1/2 + x - ix_S)) + \pi \coth \pi x_S) \end{aligned}$$

В итоге для температуры перехода $\Delta T = T_{c0} - T$ получаем:

$$\frac{\Delta T}{T_{c0}} = 2\pi T \sum_{\varepsilon > 0} \left(C_0^{(1,1)}(\varepsilon) + C_0^{(1,2)}(\varepsilon) \right) = 2\pi T \sum_{\varepsilon > 0} \frac{\nu_z}{\varepsilon^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\nu_S}{T} \frac{\langle S_z \rangle}{S(S+1)} \sum_{x > 0} \frac{1}{x} (S_I(x) + S_{II}(x))$$

рассмотрим асимптотику стремления $T(h)$ к T_∞ при $h/T \rightarrow \infty$.

$$\frac{T_\infty - T}{T_{c0}} = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\nu_S}{T} \frac{1}{S+1} \sum_{x>0} \frac{1}{x} (S_I(x) + S_{II}(x))$$

Суммы в правой части имеют следующие асимптотики при $x_S \rightarrow \infty$:

$$\sum_{x>0} \frac{1}{x} S_I(x) = \frac{4}{x_S} \left[\ln x_S^2 + 2(-\psi(1/2)) \ln x_S + \left(\frac{\pi^2}{6} + (-\psi(1/2)) \right) \right],$$

$$\sum_{x>0} \frac{1}{x} S_{II}(x) = \frac{4}{x_S} [\ln x_S + (-\psi(1/2)) + 1].$$

Видим что стремление $T(h)$ к T_∞ происходит весьма медленно.

Список литературы

- [1] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, ЖЭТФ, 39, 1781, 1960.
- [2] К. Маки, Phys. Rev. 148, 362, 1966.
- [3] N. R. Werthamer et.al., Phys. Rev. 147, 295, 1966.
- [4] Л.П. Горьков, А.И. Русинов, ЖЭТФ, 46, 1363, 1960.
- [5] К. Маки, Progr. Theoret. Phys. (Kyoto) 29, 603 (1963).
- [6] E. Helfand, N. R. Werthamer, Phys. Rev. 147, 288, 1966.
- [7] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, ЖЭТФ, 42, 1089, 1960.
- [8] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике.
- [9] V.M. Galitski, A.I. Larkin, Phys. Rev. B 66, 064526 (2002).