

# “Квантовая механика макромира”

Лекция для абитуриентов-физиков 2017 года

<http://feigel.itp.ac.ru/>

[mvfeigel@gmail.com](mailto:mvfeigel@gmail.com)

Михаил Фейгельман

Заместитель директора Института теоретической физики им. Л.Д.Ландау  
Заведующий базовой кафедрой ФОПФ “Проблемы теоретической физики”

<http://chair.itp.ac.ru>

расскажет

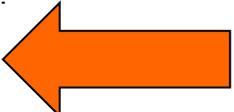
**где и как проходит дорога от квантового мира атомов к  
классическому миру людей и машин**

а также:

- что такое “наноп физика”
- чем отличается теоретическая физика от математической
- почему настоящие теоретики любят разговаривать с экспериментаторами

***Задавайте вопросы сразу !***

# Фундаментальные проблемы в разных науках

- Квантовая физика многих частиц
  - Химия
  - Молекулярная Биология
  - Клеточная биология
  - .....
  - Психология
- Физика элементарных частиц
- Квантовая физика многих частиц
- Химия
- Молекулярная Биология
- .....
- Физиология
- 

P.W.Anderson «More is different», *“Science”*, 1972  
<http://www.sccs.swarthmore.edu/users/08/bblonder/phys120/docs/anderson.pdf>

Каким образом квантовый мир  
электронов и атомов  
превращается в классический  
макро-мир ?

Где проходит граница  
между ними ?

# Где применимы квантовая и классическая теории ?

- Электрон в атоме                    да                    нет
- Электрон в проводе 220 В                    нет                    да
- Атом гелия в воздушном шарике                    незачем                    да
- Атом гелия при температуре 2 К (сверхтекучесть)                    да                    нет
- Атом рубидия                    ?                    ?

Бозе-конденсация при  $T \sim 10^{-9}$  К

# Главные отличия

## квантового от классического

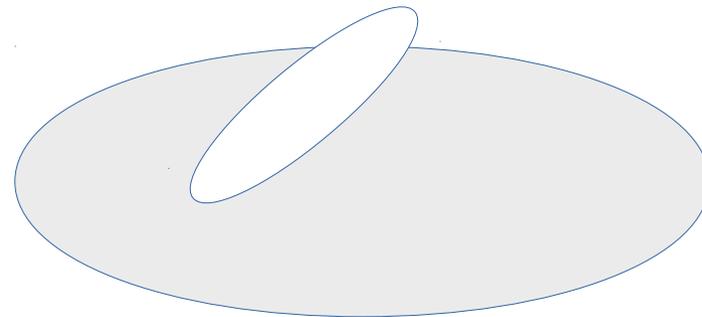
- |                                  |      |      |
|----------------------------------|------|------|
| • Дискретные уровни              | есть | нет  |
| • Определенные траектории частиц | нет  | есть |
| • Интерференция                  | есть | нет  |
| • Туннелирование                 | есть | нет  |
| • Трение                         | ???  | есть |

# Дискретные уровни энергии электрона в атоме



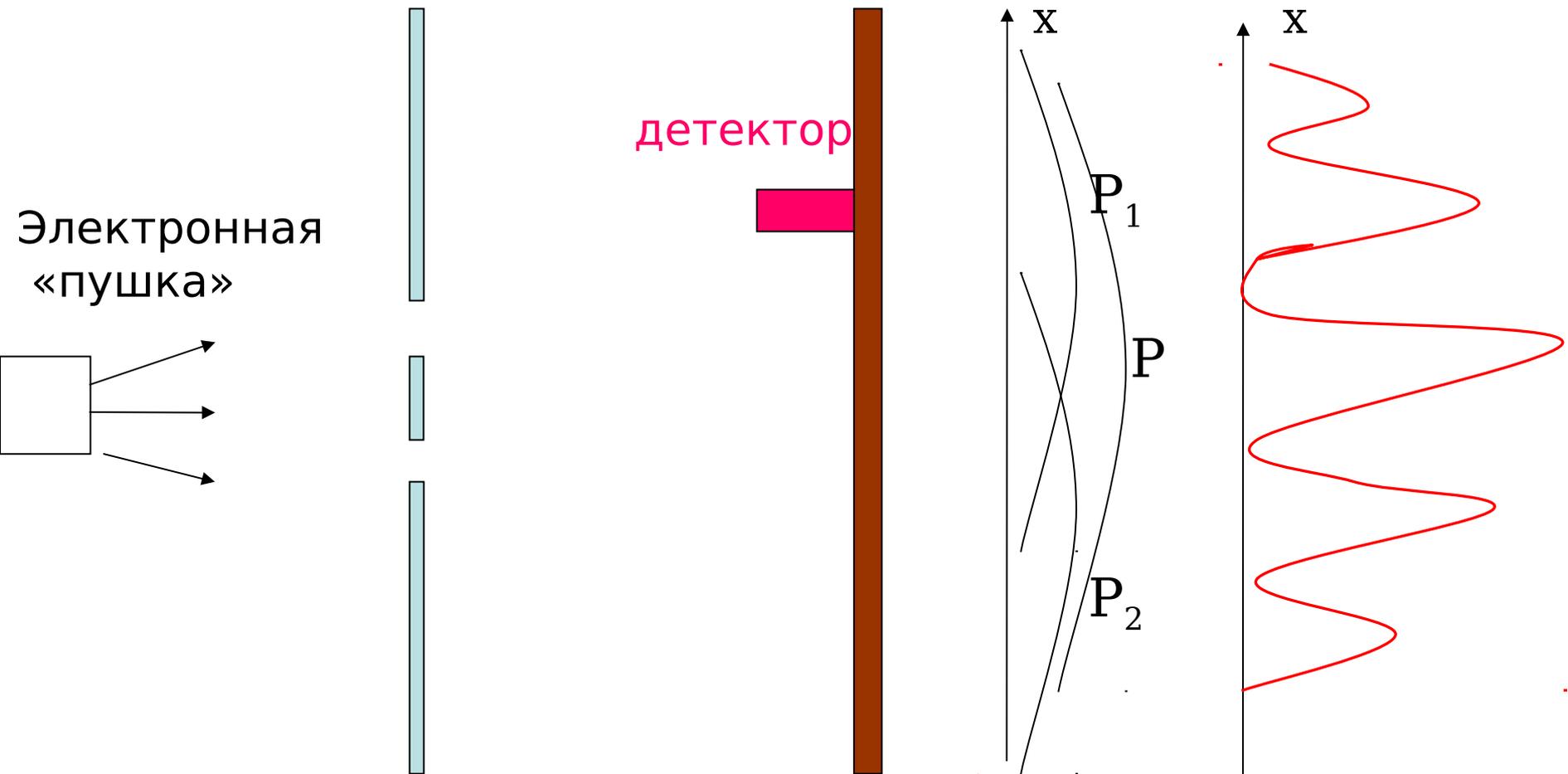
Классическая механика:

Непрерывно изменяемые  
орбиты планет и комет



# Траектории частиц и распространение волн

# Интерференция: электроны - как волны



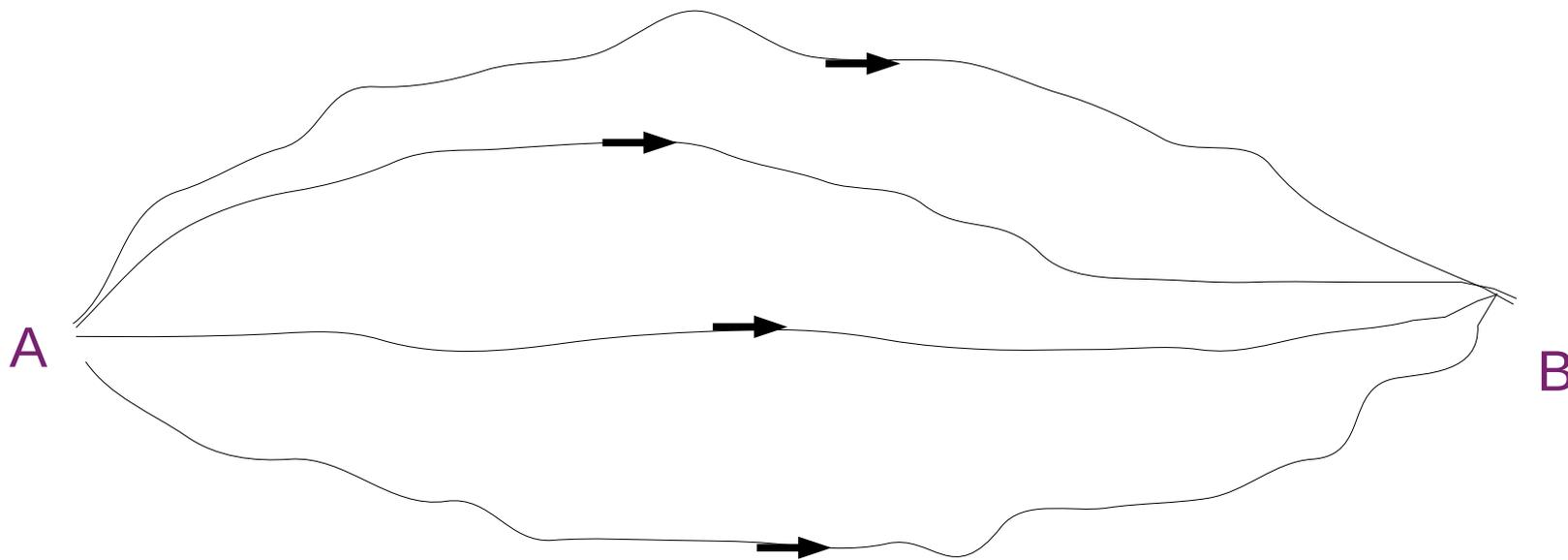
Так было бы при сложении вероятностей (попадания «снарядов»)

А на самом деле – вот так – из-за интерференции волн !

# Сложение амплитуд, а не вероятностей

- $P_{\text{полн}} = |A_{\text{полн}}|^2$
- $A_{\text{полн}} = A_1 + A_2 = |A_1| e^{i\alpha} + |A_2| e^{i\beta}$
- $P_{\text{полн}} = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\cos(\alpha - \beta)$

# Суммирование амплитуд распространения волны по всем возможным траекториям

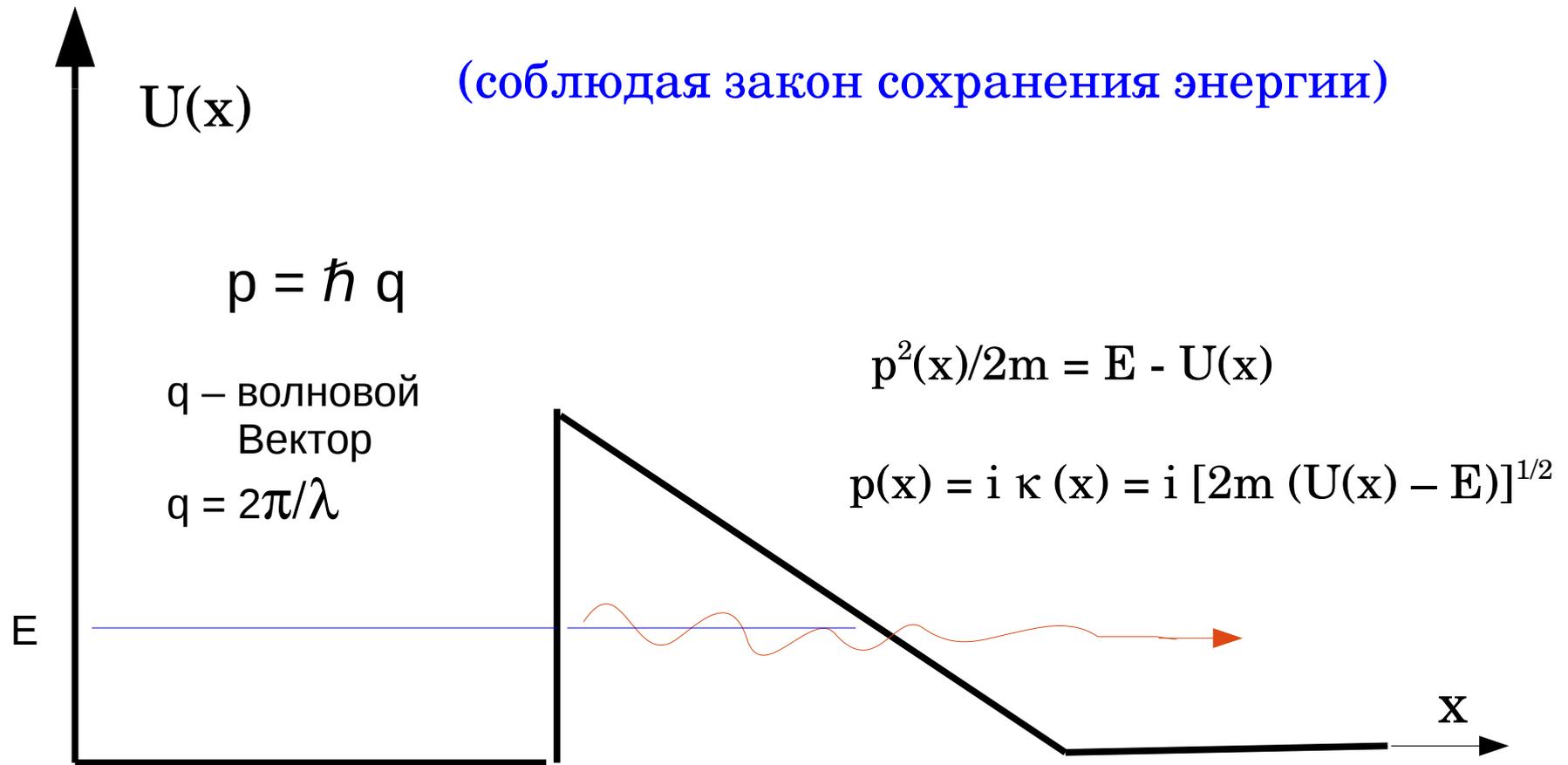


Вместо выбора одной “правильной” траектории в классической механике, в квантовой механике надо суммировать по всем траекториям.

Но с разными весами !

Это формулировка квантовой механики на языке интегрирования по траекториям придумана Р. Фейнманом (~1948) и изменила весь язык квантовой физики

# Туннелирование: как вылезти из потенциальной ямы ?



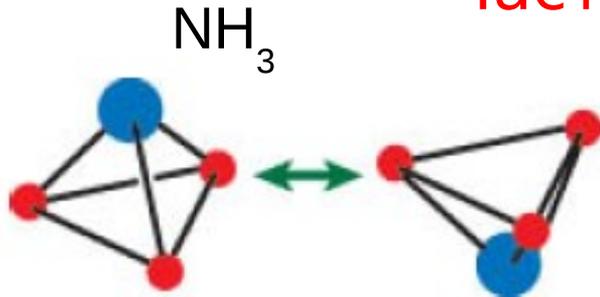
$$P_{\text{tunn}} \sim \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int p(x) dx\right) = \sim \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int \kappa(x) dx\right)$$

$\hbar$  – постоянная Планка, в классическом мире = 0

Большие  $m$  – малая вероятность туннелирования

# Туннелирование и нарушение симметрии

Частота переходов  $f = 24$  ГГц



Нет дипольного момента !

**Истинное основное состояние молекулы аммиака:**

$(|+\rangle + |-\rangle)/\sqrt{2}$  Оно симметрично

- **Состояние**  $(|+\rangle - |-\rangle)/\sqrt{2}$  **имеет энергию выше**  
**на**  $E = hf \approx 0.1$  мЭВ

Заменяем Н на D (дейтерий) или на T (тритий). Что изменится ?

масса выросла

$f_D = 1.6$  ГГц

$f_T = 0.3$  ГГц

молекула  $\text{PF}_3$  ?????!?! ?????!

Не видно вообще переходов  
Есть дипольный момент !

Переход из квантовой механики  
в классическую случился между



Почему это случилось ?

Взаимодействие частицы с окружающей средой может сделать ее “бесконечно тяжелой” и полностью остановить туннелирование

Это взаимодействие тем более эффективно, чем больше собственная масса частицы  $m$

Теория этого перехода Q  $\rightarrow$  CI создавалась с начала 1980'х гг.

# Главные отличия

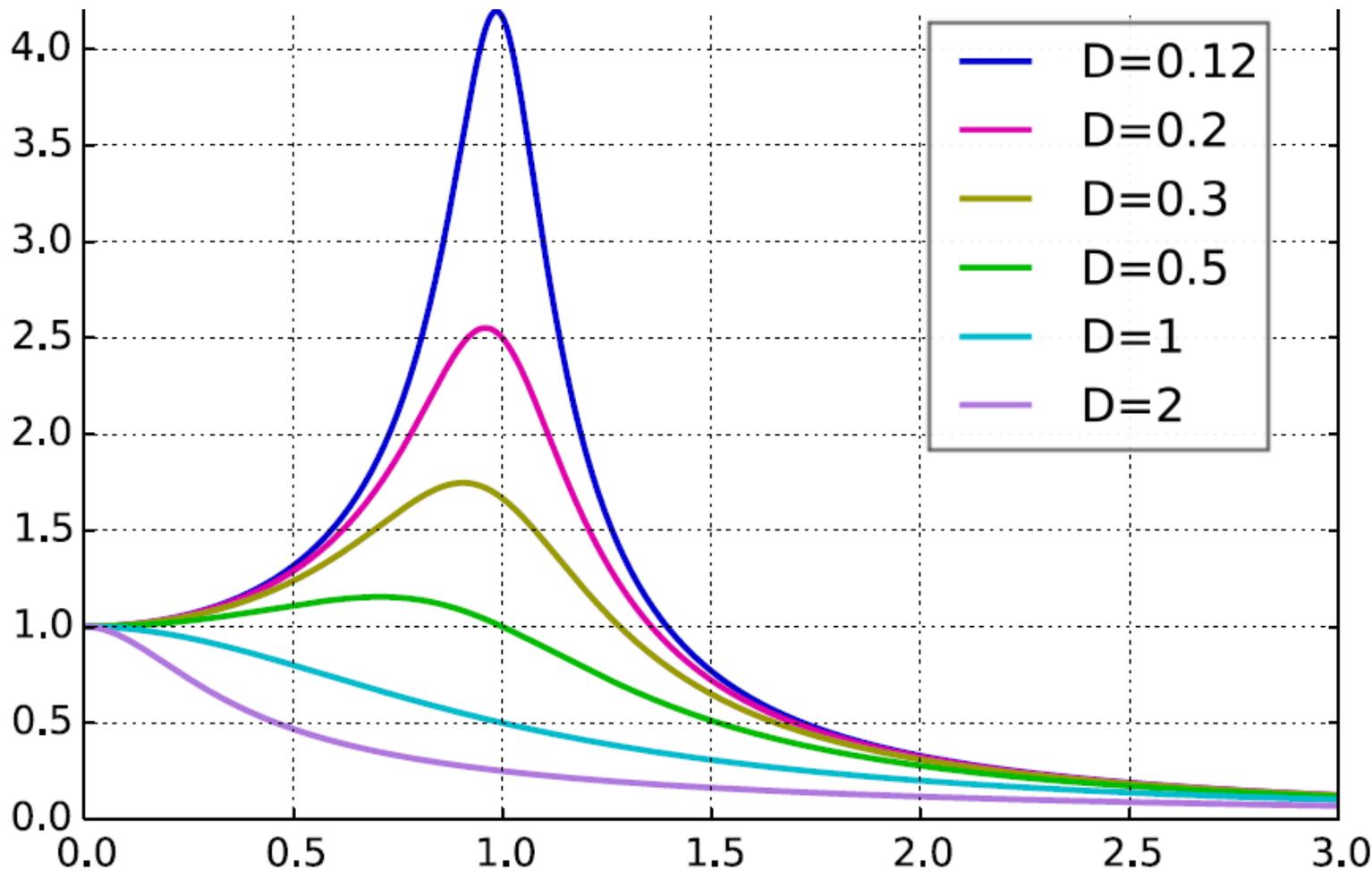
## квантового от классического

- |                                  |      |      |
|----------------------------------|------|------|
| • Дискретные уровни              | есть | нет  |
| • Определенные траектории частиц | нет  | есть |
| • Интерференция                  | есть | нет  |
| • Туннелирование                 | есть | нет  |
| • Трение                         | ???  | есть |

# Квантовая механика, трение о “внешний мир” и переход к классическому поведению

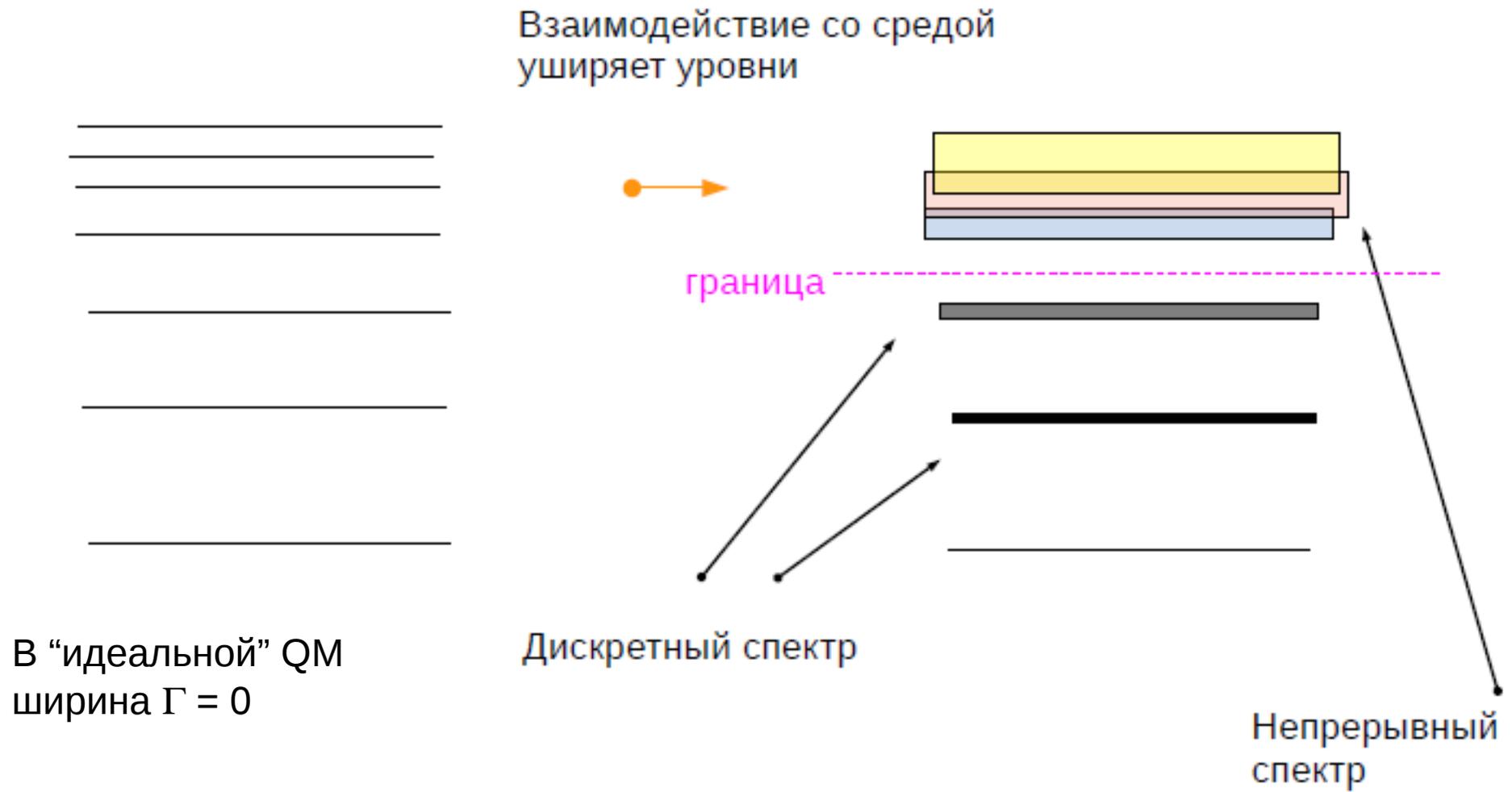
Классические колебания: взаимодействие со средой (трение) приводит к ненулевой ширине резонанса  $\Gamma$  при колебаниях:

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$



$$D = \frac{\Gamma}{\omega_0}$$

# Квантовая механика, трение о “внешний мир” и переход к классическому поведению



Количественная теория этого перехода - одна  
из главных задач современной квантовой физики

# Нанопфизика: первоначальные сведения

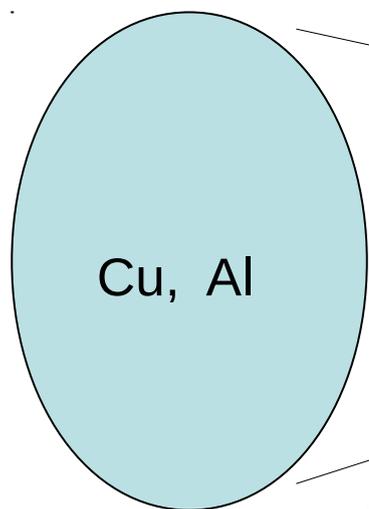
Нанотехнологии  
придумал  
Ричард Фейнман  
в 1959 году  
*“There's a plenty of  
room at the bottom”*  
Доклад на *American  
Physical Society*

Как и где реализуются в природе общие  
соображения, уже изложенные ранее

1. Оценки величин : длины, энергии, времена
2. Нанопфизика: между атомной физикой и физикой твердого тела.  
Что общего с «соседями» и что различно
3. Некоторые из основных явлений нанопфизики при низких температурах:
  - 1) Кулоновская блокада
  - 2) Сверхпроводящий квантовый бит - аналог молекулы аммиака

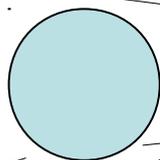
Нанотехнологии: как сделать нечто **ооочень** маленькое ?  
Нанопфизика: как **оно** себя ведет ?

## Размеры:



1 см

макрообъект



Микро-объект

нанообъекты



1 Å =  $10^{-8}$  см = 0.1 нм

атом

??

Квантовая механика:  
“прыжки” электронов  
между квантованными  
орбитами

Обычный закон Ома:

$$I = V/R$$

Непрерывное течение заряда

Электрон – дискретный  
объект. Заряд тела может  
меняться только квантами  
 $Q = n e$

# Атом H: энергии и длины

$$E_{\text{кулон}} = e^2/r \quad r = a = 0.5 \text{ \AA} \quad \text{соответствует} \quad E = 4.6 \cdot 10^{-11} \text{ erg}$$

$$E_{\text{кин}} = p^2/2m \sim \hbar^2/ma^2$$

$$a = 0.5 \text{ \AA} \quad \text{соответствует} \quad E = 4 \cdot 10^{-11} \text{ erg}$$

Здесь мы использовали  
соотношение неопределенностей  
 $p \sim \hbar/a$

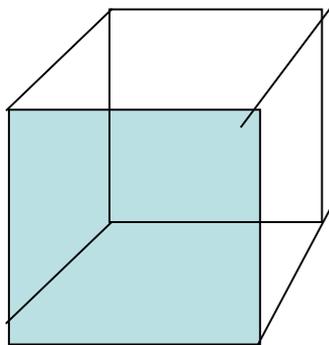
В температурных единицах  
 $T \sim 3 \cdot 10^5 \text{ град}$

$K_B T$  – тепловая энергия

Конечно, это не случайное совпадение – это объяснение причины, почему размер атома водорода близок к 0.5 Ангстрема

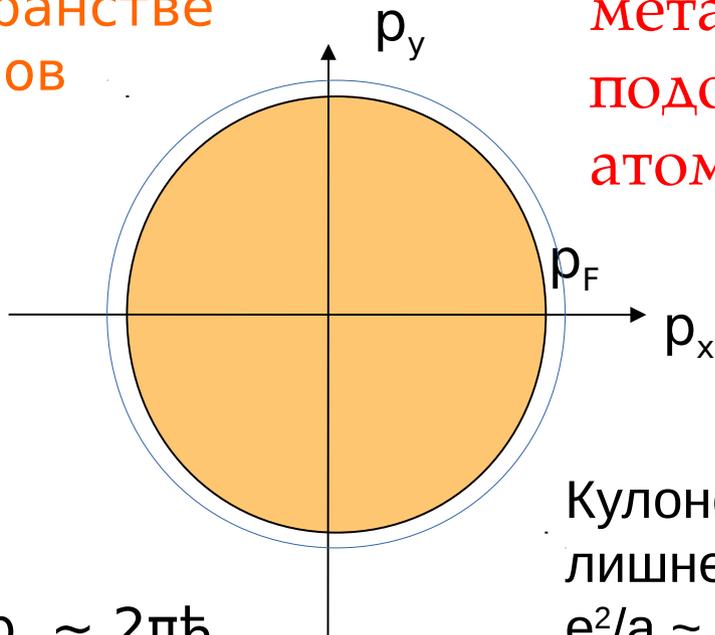
# Кубический сантиметр металла

Это – сфера в пространстве импульсов электронов



$a = 1 \text{ cm}$

$$\Delta x * \Delta p \sim 2\pi\hbar$$



Что является для металла величиной, подобной  $Ry$  для атома ?

Кулоновская энергия лишнего заряда электрона  $e^2/a \sim 10^{-19} \text{ эрг} \sim 1 \text{ мК}$

«Фазовое пространство» - произведение координатного и импульсного  
 На одну ячейку фазового пространства объемом  $(2\pi\hbar)^3$  может приходиться только один электрон (статистика Ферми). *На самом деле – 2 (спин)* .

$$V * V_p (2\pi\hbar)^{-3} = N(E_F) \quad V = a^3 \quad V_p = 2 * \frac{4}{3} \pi p_F^3 - \text{объем в пространстве импульсов}$$

$$E_F = p_F^2 / 2m$$

Плотность квантовых состояний  $\rho(E) = a^{-3} dN/dE = mp_F / \pi^2 \hbar^2$

# Наночарик металла: масштабы энергий

Радиус  $a$  велик в атомном масштабе:  $a \gg a_B$

Кулоновская энергия  $E_c = e^2/a \sim 1/a$

Расстояние между соседними уровнями  $\delta = 3/(4\pi a^3 \rho) \sim 1/a^3$

$$\Delta \ll E_c$$

$$k_B T \rightarrow T$$

Пример: гранула Al с  $a=20 \text{ nm}$

$\rho$  - плотность разрешенных состояний на единицу энергии и объема

$$\delta = 0.02 \text{ K}$$

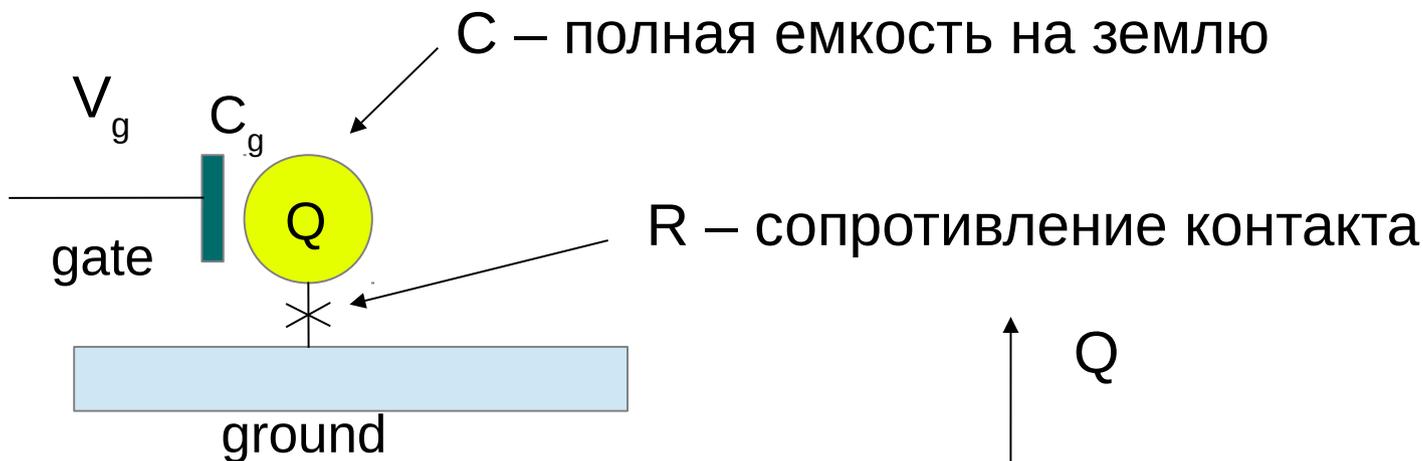
$$E_c = 1000 \text{ K}$$

Типичные температуры  $0.01 \text{ K} < T < 300 \text{ K}$

# 1. Кулоновская блокада: как считать электроны поштучно ?

$$2\pi\hbar = h$$

$$E_C \gg 2\pi\hbar/RC \quad R \gg 2\pi\hbar/e^2 = 26 \text{ Ком}$$

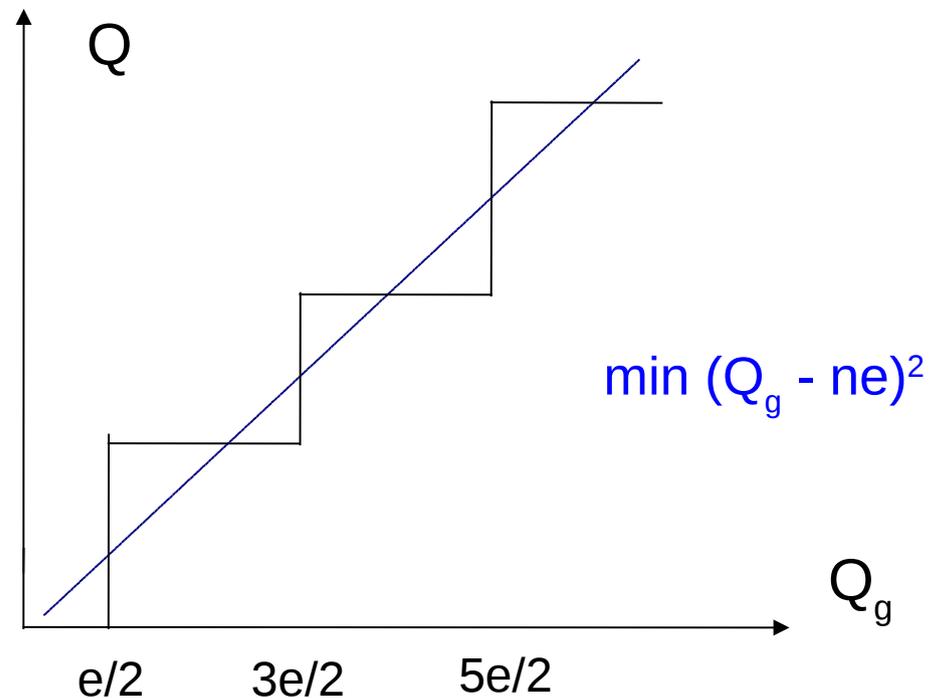


$$E_C = e^2/2C$$

Кулоновская энергия

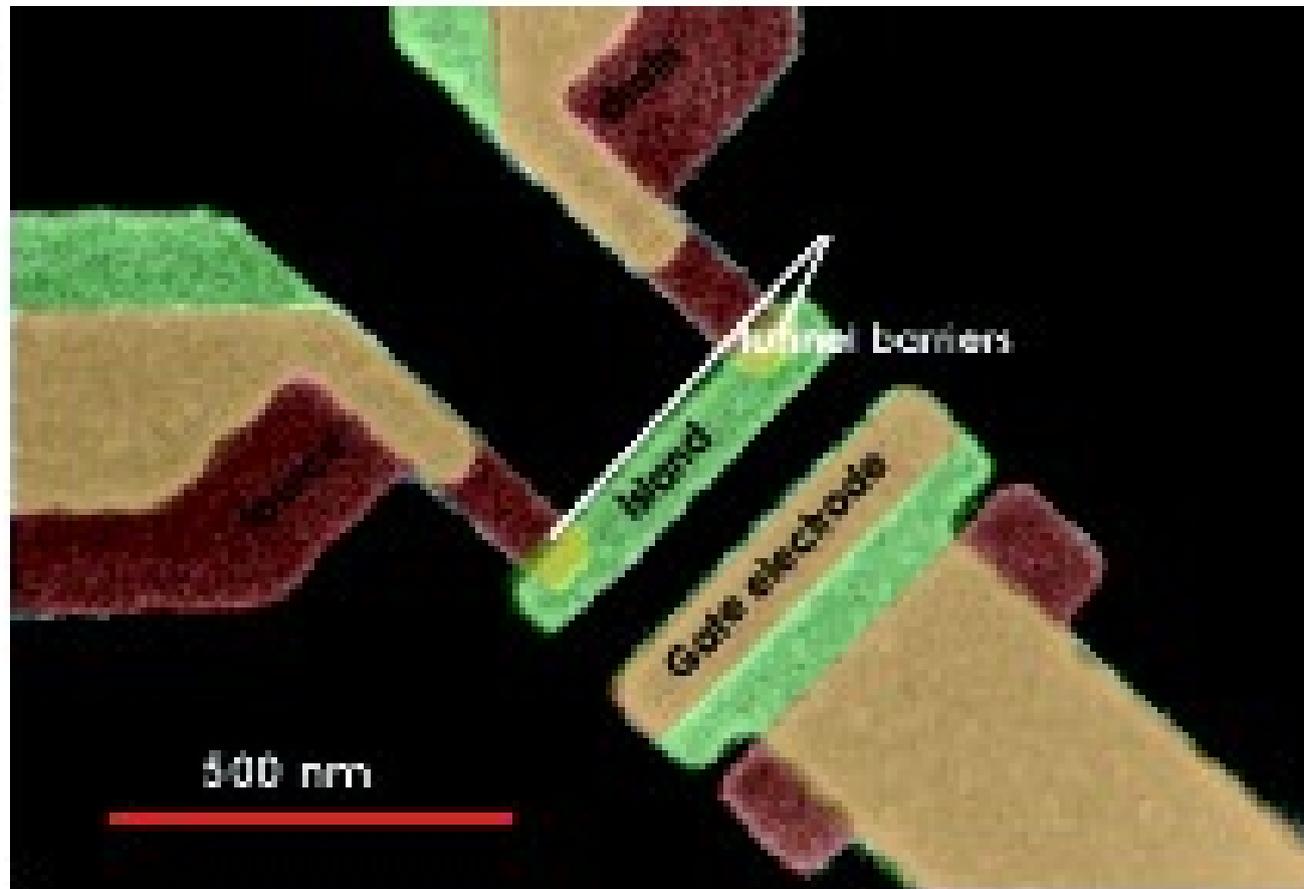
$$Q_g = V_g C_g - \text{наводимый заряд}$$

$$Q = n e - \text{если } R \text{ велико}$$



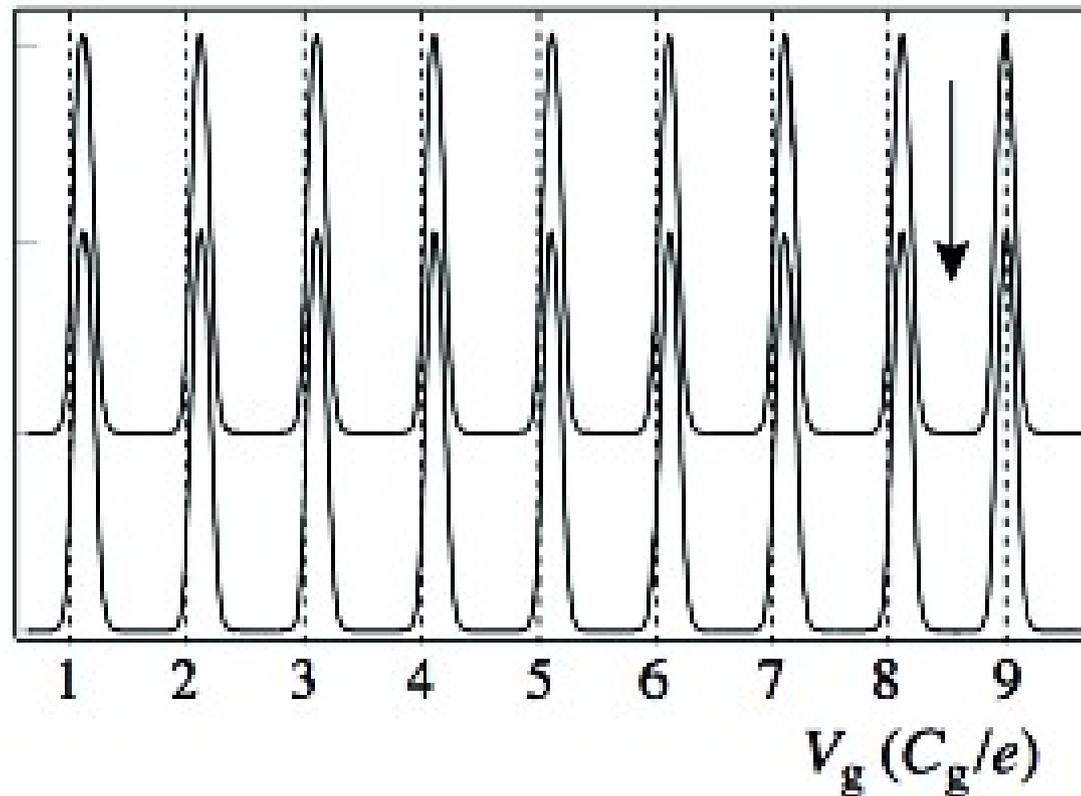
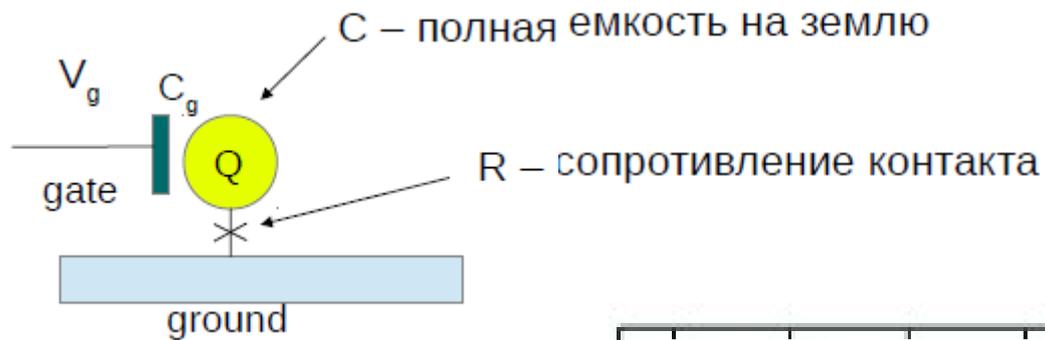
# Как это выглядит на самом деле

(a)



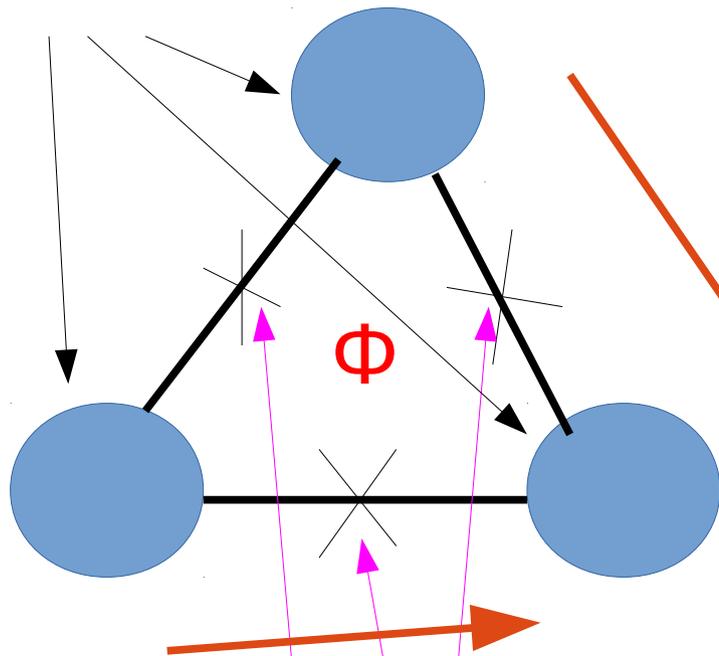
<http://www-d.nrcam.cba.fr/d.nrcam/ispac/Pres/QuantumQdots/gallery/SET.htm>

# Измеряем емкость



## 2. Туннелирование макро-объекта: кольцо с незатухающим током - как молекула $\text{NH}_3$ (сверхпроводящий квантовый бит)

сверхпроводники



$\Phi$  - магнитный поток внутри кольца

Квант магнитного потока  $\Phi_0 = hc/2e$

Особое значение  $\Phi = \Phi_0/2$

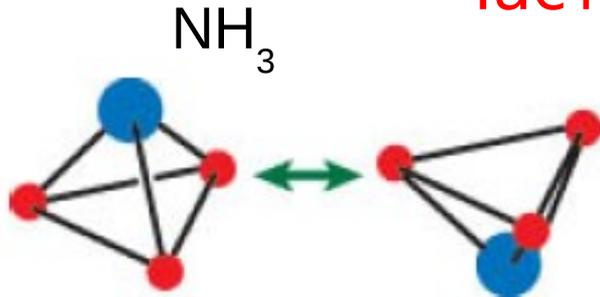
Ток в кольце - 2 возможных направления, энергии их совпадают при  $\Phi = \Phi_0/2$

Тонкие диэлектрические барьеры, электроны “под ними” туннелируют - “микромир”

Сверхпроводящие токи в кольце могут течь в двух противоположных направлениях  
И вся система туннелирует между ними ! - квантовое поведение в “макром мире”

# Туннелирование и нарушение симметрии

Частота переходов  $f = 24$  ГГц



Нет дипольного момента !

Истинное основное состояние молекулы аммиака:

$(|+\rangle + |-\rangle)/\sqrt{2}$  Оно симметрично

- Состояние  $(|+\rangle - |-\rangle)/\sqrt{2}$  имеет энергию выше
- на  $E = hf \approx 0.1$  мэВ

Заменяем Н на D (дейтерий) или на T (тритий). Что изменится ?

масса выросла

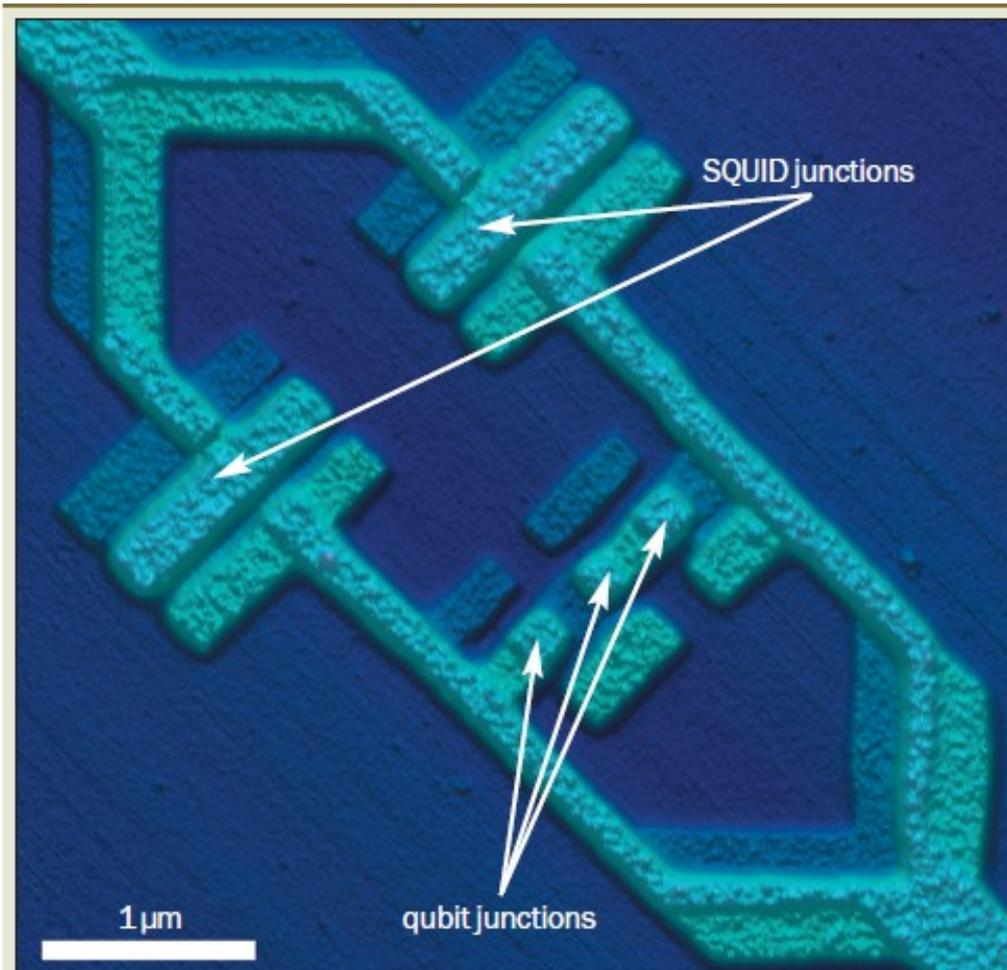
$f_D = 1.6$  ГГц

$f_T = 0.3$  ГГц

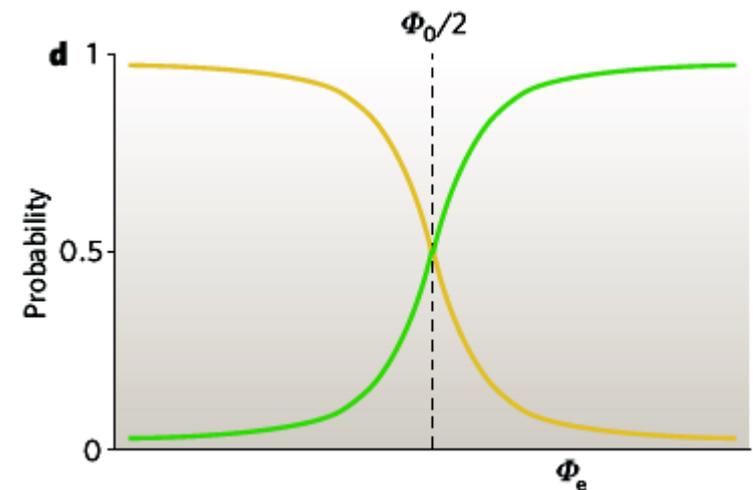
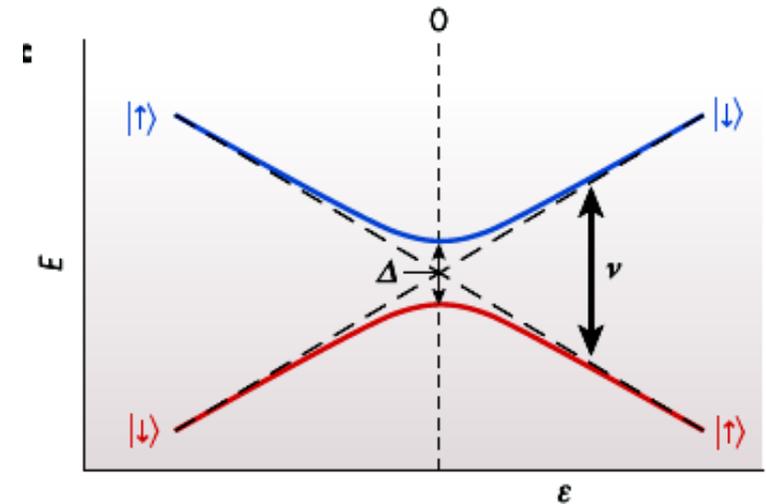
молекула  $\text{PF}_3$  ?????!?! ?????!

Не видно вообще переходов  
Есть дипольный момент !

# Сверхпроводящий кубит выглядит примерно так:



This image of a flux qubit plus SQUID system was obtained with an atomic force microscope at Delft. The qubit is formed by the small loop bottom right, and the three Josephson junctions are indicated by arrows. The SQUID is the larger loop and contains two Josephson junctions. As the SQUID and qubit loops share a large fraction of their circumference, they are tightly coupled. A technique called shadow-evaporation was used to make the circuit.



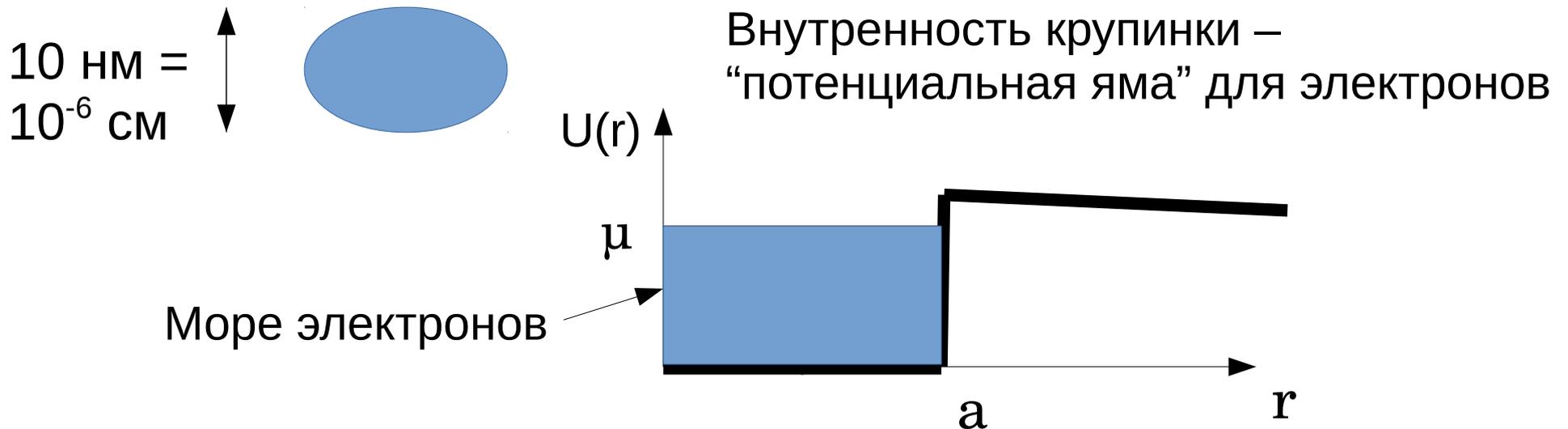
$$\epsilon \sim \Phi - \Phi_0/2$$

Две не очень сложные  
задачи из нанофизики

# Задача 1: Уровни энергии электронов в маленькой крупинке металла

$h/2\pi = 10^{-27}$  эрг\*сек - “постоянная Планка”

Найти разность энергий  $E_{n+1} - E_n$  последнего заполненного и первого пустого состояний электронов внутри металлической крупинки размера  $a = 10$  нм



У всех электронов энергия  $E < \mu$   $\mu \approx 5$  электрон-вольт

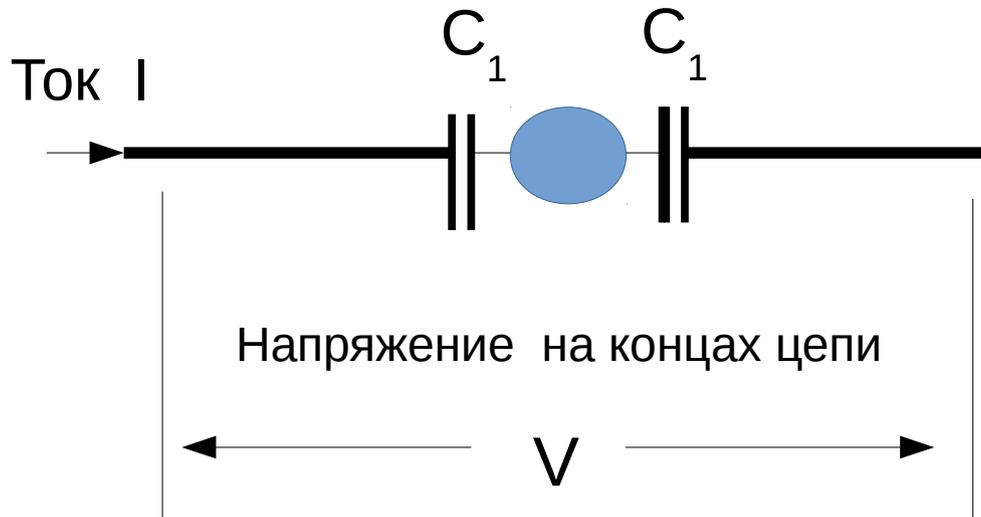
Разрешенные состояния электронов имеют длины волн  $\lambda_n = 2\pi/k_n$

которые точно укладываются в ящике:  $\lambda_n = a/n$

Энергия состояния  $E_n = (h/\lambda_n)^2/2m$   $m = 10^{-27}$  г

## Задача 2: что происходит с законом Ома в наномире ?

$$1 \text{ нм} = 10^{-7} \text{ см}$$



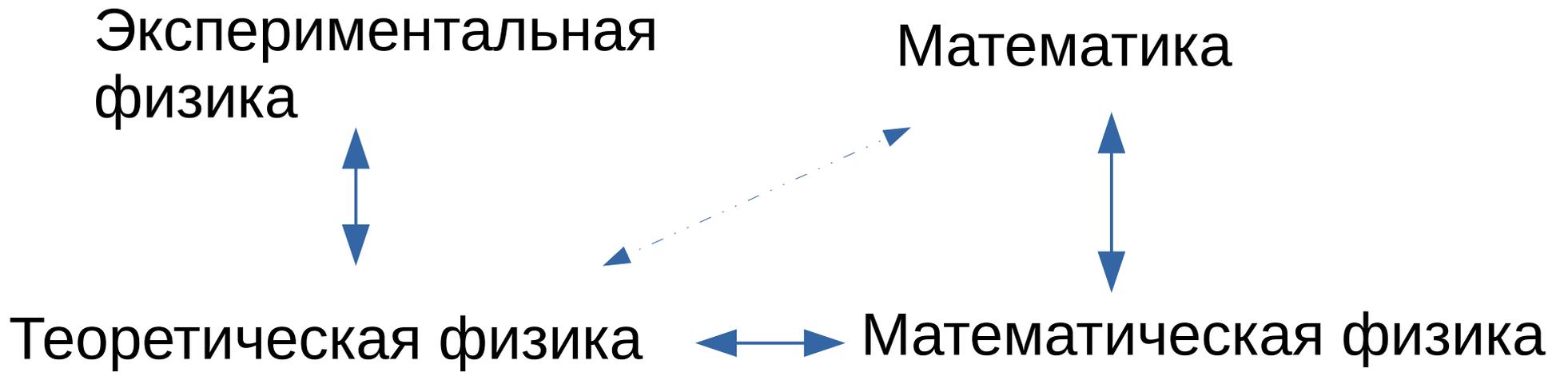
$C_1$  – контакт в виде плоского конденсатора с площадью обкладок

$S = 10^{-4} \text{ мкм}^2$  и толщиной барьера  $h = 1 \text{ нм}$

Контакт имеет сопротивление утечки  $R = 100 \text{ Мом}$

В середине – сферический островок радиуса  $a = 20 \text{ нм}$

1. Как изменится энергия островка, если из левого провода на него перейдет 1 электрон ?
2. Пусть система находится при температуре  $T = 0.1 \text{ К}$  или ниже  
Какое напряжение  $V_c$  надо подать на цепь, чтобы пошел ток  
большой чем 1 пикоампер (т.е.  $10^{-12} \text{ А}$ ) ?



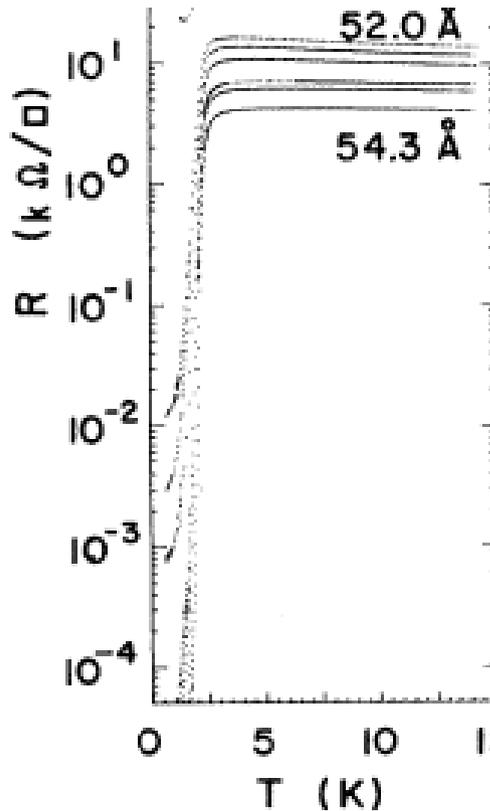
Объяснить наблюдаемые экспериментаторами явления или предсказать новые

Развить математический аппарат для решения задач, которые сформулировали физики – теоретики  
Предложить новые идеи математикам

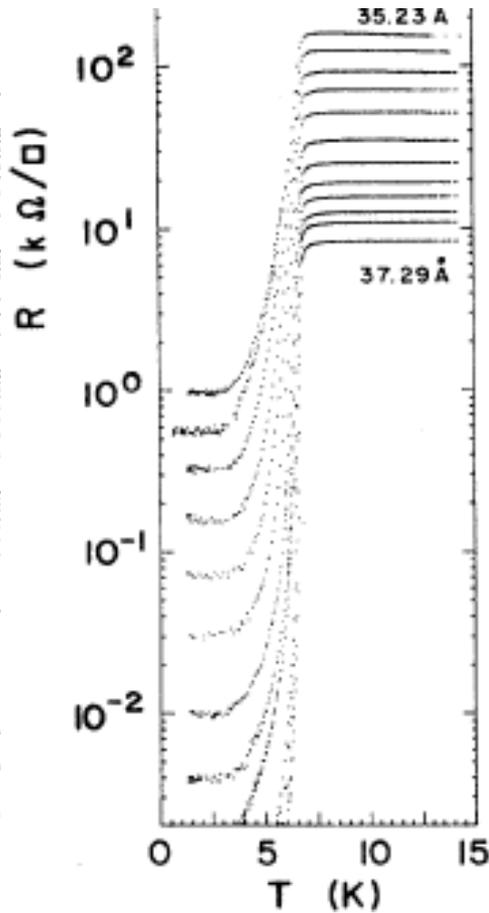
# Как возникает новая задача

Сверхпроводимость в тонких металлических пленках

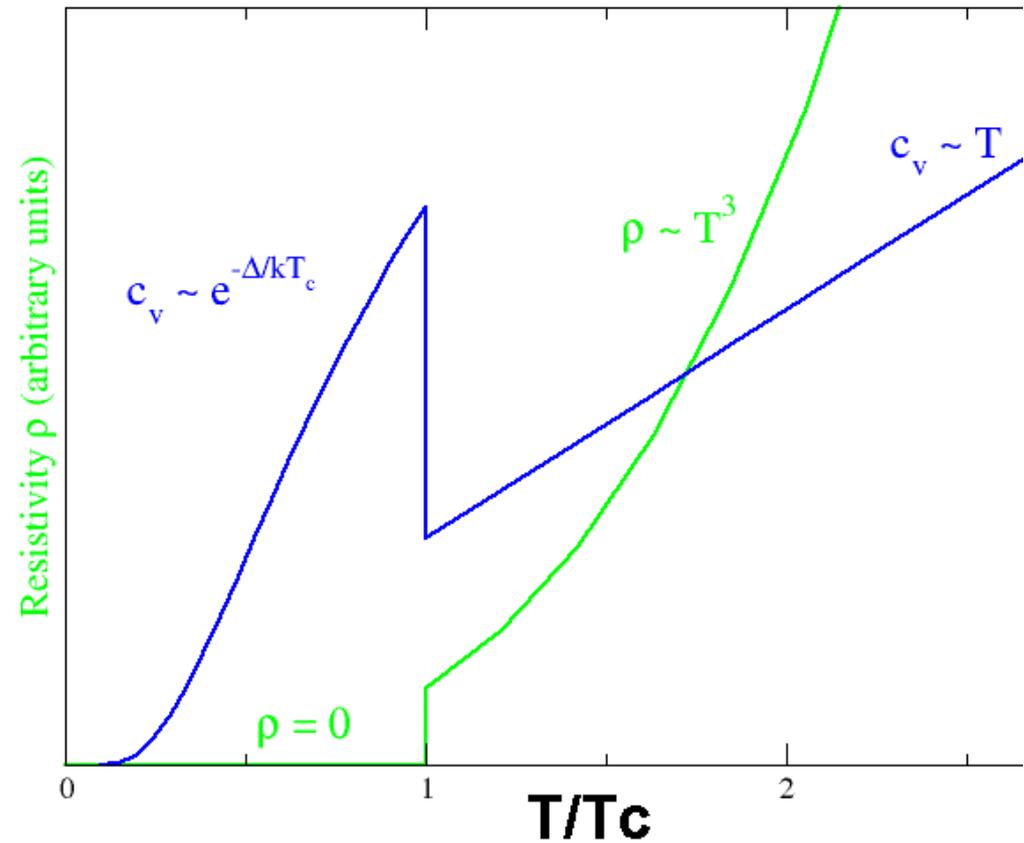
Алюминий



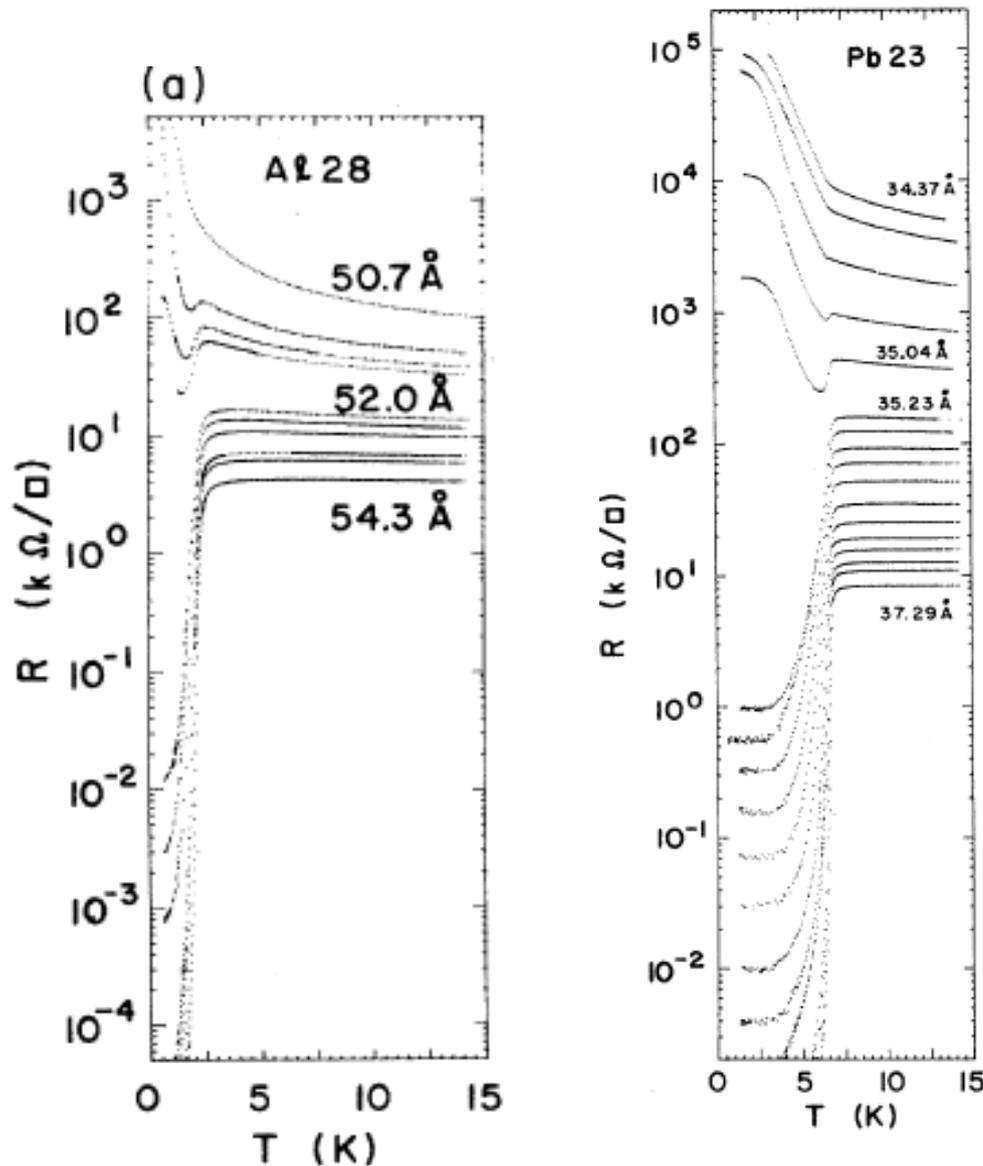
Свинец



Классика сверхпроводимости  
(взято из Wikipedia)



# А вот что там нашли на самом деле



Сверхпроводник...  
внезапно...  
превращается в  
изолятор ??

С тех пор – сотни или тысячи  
экспериментальных и  
теоретических работ.  
До конца проблема так еще  
и не решена, но многое понято.

# Базовая кафедра ФОПФ “Проблемы теоретической физики”

<http://chair.itp.ac.ru>

Вопросы можно задавать сюда:

[mvfeigel@gmail.com](mailto:mvfeigel@gmail.com)

Учиться будет сложно  
Самостоятельность подразумевается  
Научное руководство интенсивное  
Скучно не будет никому  
Деньги будут